до 60 тысяч рублей в месяц при одинаковой покупательной способности

4. Предлагается новый механизм достижения целей государственной программы «Развитие промышленности и повышение ее конкурентоспособности» по уровню автомобилизации путем создания универсального «народного автомобиля», что позволит поднять уровень автомобилизации в субъектах с низкими доходами населения и слабо развитой дорожной инфраструктурой.

5. Для уточнения предпочтительных параметров «народного» автомобиля необходимо проведение клиентоориентированных маркетинговых исследований.

Литература

1. Государственная программа Российской Федерации «Развитие промышленности и повышение ее конкурентоспособности» [Текст] / Министерство промышленности и торговли Российской Федерации. М., 2013, 44 с.
2. Лапаев Д. Н. Методология и инструментарий развития автопроизводителей на основе стратегий индустриального партнерства. [Текст] / Д. Н. Лапаев, М. А. Шушкин // Нижний Новгород, 2014. 248 с.
3. «АвтоВАЗ» переманил маркетолога у Hyundai [Электронный ресурс]. URL: http://www.vedomosti.ru/ (дата обращения 02.10.2014)
4. Шергин В. В. К разработке экономико-математической модели оптимизации структуры питания [Текст] / Шергин В. В., Фудько А. А. // Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством» / 2014. № 2. 126 с.
5. Статистический ежегодник 2013 [Текст] / Росстат. М., 2013 146 с.
6. Хьюберт Дж. Классификация и кластер. Экспериментальное сравнение эталонных моделей иерархической группировки по r-диаметру относительно показателей согласия [Текст] / Дж. Хьюберт, Б. Бейкер // М., 1980. с. 112-147
7. King B. F. Step-wise clustering procedures. Journal of the American Statistical Association [Текст] // B. F. King // 1967, с. 86-101.
8. Венецкий И.Г. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе [Текст] / Венецкий И.Г., Венецкая В.И., //М., 1979, 448 с.
9. Какие факторы влияют на выбор автомобиля [Электронный ресурс]. URL http://www.zr.ru/content/news/656859-kakie-faktory-vliyayut-na-vybor-avtomobilya/ (дата обращения 10.10.2014)
10. Пресс-релиз Ассоциации Европейского Бизнеса от 09 июня 2014 г. [Электронный ресурс]. URL: http://aebrus.ru/upload/iblock/7fb/rus_car-sales-in-may-2014.pdf (дата обращения 11.10.2014)
11. Кремер Н. Ш. Эконометрика [Текст] / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко // М., 2010, 328 с.
12. Орлов Д. К. Универсальный солдат [Текст] / Д. К. Орлов // Журнал Офф-роуд драйв / 2006, Вып. 9-10, 12 с.

УДК 330.4:332.1

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ СЛУЧАЙНЫХ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕССОВ

Тальянов Сергей Юрьевич (stalyanov@list.ru)

ФГБОУ ВПО «Ивановский государственный химико-технологический университет»

В стохастических граничных методах большое значение имеет выбор законов распределений для случайных величин, отображающих факторы, влияющих на эффективность моделируемого производственного процесса. Для процессов, состоящих более чем из одного этапа, произвольный выбор законов распределения для случайных величин, относящихся к различным этапам, может привести к моделям, реализация которых чрезмерно трудоемка, также как и их содержательный анализ. В статье на основе показательного распределения и его обобщений конструктивно описывается множество законов распределений для согласованного отображения случайных факторов, воздействующих на отдельные этапы и процесс в целом. Эти распределения позволяют получить явные выражения в общеупотребительных терминах для функции правдоподобия при оценке параметров модели и обладают достаточной степенью универсальности для применения на практике. Показано, что то же самое верно и при определенном способе задания совместного распределения случайных факторов, действующих на различных этапах. Полученные результаты могут быть применены при построении моделей для оценки эффективности многоэтапных процессов стохастическими граничными методами, в частности, для процессов производства и передачи тепловой энергии.

Ключевые слова: стохастические граничные методы, оценки эффективности, вероятностные распределения, система предположений в математических моделях, производство и передача энергии, коммунальное теплоснабжение.

Оценивание эффективности экономической деятельности – важнейший элемент экономического анализа. Количественные оценки эффективности служат основой для принятия многих управленческих решений; вместе с тем разнообразие и объективная сложность экономических процессов предопределили возникновение и развитие многих частных подходов к пониманию эффективности, методов ее оценивания и трактовки полученных результатов. Но во всех случаях большое значение по понятным причинам должно быть уделено обеспечению должной степени объективности используемых методик для оценки эффективности. В тех же случаях, когда эти методики в своей основе имеют математические построения, весьма заметный интерес приобретают исходные предпосылки разрабатываемых математических моделей, во многом определяющие как область применения данных моделей, так и степень их адекватности.

Заметное место в совокупности методов оценивания экономической эффективности заняли так называемые граничные методы, в основу которых положено сравнение фактического результата деятельности предприятия с наилучшим возможным при данных условиях. Основанные на общей идее Х-эффективности Лейбенстайна [1], два самостоятельных направления – непараметрические и стохастические граничные методы – обладают определенным набором преимуществ и проблем каждое; существенное продвижение в одном из них предопределяет интерес к развитию другого. Они являются признанным инструментом изучения экономической эффективности как в зарубежной, так в последнее десятилетие и в отечественной научной литературе. Сфера их применения чрезвычайно широка, охватывает практически все отрасли промышленности, сельское хозяйство, банковский сектор, медицину, спорт, экологию, государственное и муниципальное управление. Косвенным, но весомым на наш взгляд, свидетельством значимости, как в теоретическом, так и в практическом отношении этого направления в исследовании эффективности, в том числе в энергетике, могут служить весьма содержательные обзоры работ по этой теме, например [2,3,4]

Два принципиальных момента обуславливают особенности этих двух групп методов: способ оценки гипотетически наилучшего результата и толкование причин, вызывающих отклонение от него. В непараметрических методах положение оптимума оценивается путем решения относительно несложной задачи линейного программирования; отклонение от него непосредственно никакими причинами не объясняется. В стохастических методах это отклонение включает знакопостоянную случайную компоненту, которую можно трактовать как проявление непосредственно присущих рассматриваемой фирме и ее окружению свойств. При известной сложности теоретического анализа моделей и их практической реализации, стохастические граничные методы привлекательны именно тем, что отклонение от максимальной эффективности здесь рассматривается как имманентное свойство действующего субъекта; тем самым, в частности, открывается возможность логически корректной постановки задачи оптимизации (повышения эффективности), что, собственно, и было сделано в ряде работ С.А. Айвазяна и М.Ю. Афанасьева (см., например, [5]). В отличие от непараметрических методов, при этом можно также ставить и анализировать задачи прогнозирования, оценки степени тех или иных рисков. В целом можно отметить, что результаты, полученные посредством стохастических методов, более пригодны для объективного анализа и непосредственного построения содержательных выводов, в то время как непараметрический подход лишь создает исходные данные для последующего, во многом традиционного, эконометрического анализа. Эти обстоятельства до недавнего времени определяли в целом интерес к стохастическим методам и их практическому применению, в целом сравнимый с интересом к непараметрическим методам. Но относительно недавно сфера применения непараметрических методов заметно увеличилась: были представлены модели для оценки эффективности многоэтапных процессов различной структуры (из наиболее свежих публикаций можем отметить, например, работу [6]); тем самым эти методы стали «монополистами» в задачах описания многих реальных экономических ситуаций. Возможно, приводимые ниже соображения будут способствовать развитию стохастических методов.

В стохастических граничных методах отклонение фактического результата от оптимально возможного считается происходящим под воздействием случайных факторов, и выражается наиболее часто в виде

$$y_i = y_i^{опт} - u_i + \upsilon_i \qquad (1)$$

где i – индекс, идентифицирующий отдельную фирму,

y_i - фактический результат ее деятельности за определенный период времени,

$y_i^{опт}$ - наилучший возможный при данном сочетании затрат ресурсов результат,

$u_i > 0$ – одностороннее отклонение от оптимума, случайная величина,

v_i - произвольного знака случайная величина, «случайный шум» (здесь подразумевается, что лучшим является наибольшее значение *y*, что может быть принято, если речь идет о выпуске продукции в натуральном или стоимостном выражении).

Согласно первоначальной идее X-эффективности, величины u_i порождаются факторами, связанными непосредственно с фирмой, например, мотивацией персонала и менеджмента. Величины v_i отображают воздействие разнообразных нейтральных внешних факторов и, что существенно для дальнейшего, считаются имеющими нормальные законы распределения с нулевыми средними и некоторыми дисперсиями.

Несложно видеть, что одним из основных элементов системы исходных предположений здесь будут предположения о вероятностных распределениях случайных величин u_i; с другой стороны, должен быть задан и способ представления значений - как функции от x_i – затрат одного или нескольких ресурсов. Что касается последнего, мы остановимся здесь без более подробного обсуждения на линейном представлении для $y_i^{опт}$, используемом во многих работах; отметим лишь, что единственной по существу известной альтернативой является выбор квадратичной функции.

Выбор закона распределения для факторов неэффективности u_i в литературе ограничивался до настоящего времени практически исключительно следующими вариантами: усеченное нормальное распределение N_+ (наиболее часто); гамма-распределение; показательное распределение. Важно отметить, что сколько-нибудь подробного и экономически обоснованного обоснования в пользу выбора одного из них, фактически, не проводилось. Только недавно в работе [7] показано, что показательное распределение может рассматриваться как подходящий аналог усеченного нормального распределения. Вполне вероятно, что преимущественный выбор усеченного нормального распределения во многом объясняется тем, что в этом случае удается получить относительно простое аналитическое представление для функции правдоподобия в алгоритме оценивания коэффициентов модели, в отличие, например, от гамма-распределения [8].

Автором изучаются многоэтапные процессы вида: (ресурс/ы/) X → (промежуточный продукт 1) Y →…→ (конечный продукт) Z, в которых для каждого этапа имеет место представление вида (1). К ним могут быть отнесены, в частности, процессы производства, передачи и потребления электрической и тепловой энергии, в том числе в жилищно-коммунальном комплексе. Ранее задача оценки эффективности стохастическими граничными методами в такой постановке не рассматривалась. При этом выясняется, что произвольный выбор законов распределения для случайных величин u_i, относящихся к различным этапам, приводит к моделям, реализация чрезмерно трудоемка, также как и их содержательный анализ. В том числе «неудобными» являются и отмеченные выше распределения, уже нашедшие применение в одноэтапных моделях. Однако оказывается возможным выделить некоторое множество законов распределений, с одной стороны, лишенных этого недостатка, с другой – обладающих достаточной степенью универсальности для применения на практике.

Разнообразные аспекты теории и практики применения этих методов для одноэтапных процессов нашли отражение в большом числе работ, начиная с основополагающей статьи [9]. При разработке конкретных моделей большую роль играют, во-первых, способ представления значений - как функции от x_i – затрат одного или нескольких ресурсов, и далее - предположения о случайных величинах u_i, v_i. В первом случае наиболее часто используются линейная или квадратичная функции. Хорошо известно, что линейную зависимость получаем, логарифмируя мультипликативную производственную функцию; в этом случае квадратичное выражение от соответствующих логарифмов называют translog-формой. Полное обоснование выбора одного из этих представлений может быть дано лишь анализом конкретной ситуации, однако в большом числе описанных в литературе случаев линейная модель признавалась адекватной. Здесь не ставится задача подробного обсуждения данного вопроса применительно к многоэтапным моделям; заметим только, что возможность использования в данном случае translog-формы требует существенно более глубокого изучения, чем для одноэтапных процессов. Мы остановимся далее на линейных моделях, то есть будем считать, что для процесса $x \to y^{(1)} \to y^{(2)} \to \ldots \to y^{(k)}$ выполняются соотношения

$$y^{(1)}=a_1+b_1x - u_1+v_1;$$
$$y^{(2)}=a_2+b_2x- u_2+v_2;\ldots;$$
$$y^{(k)}=a_k+b_kx- u_k+v_k,$$

где $v_1,\ldots v_k$ – независимые нормальные случайные величины, а неотрицательные случайные величины $u_1,\ldots u_k$ независимы между собой и от $v_1,\ldots v_k$, и их закон распределения как-то задан. Тогда справедливо соотношение

$$y^k=a_k+b_kx- U+V,$$

где величины *U* и *V* являются некоторыми линейными комбинациями величин $u_1,\ldots u_k$ и $v_1,\ldots v_k$ соответственно. Несложно проверить, что при сделанных предположениях *V* также будет нормальной случайной величиной; таким образом, представление «результат равен оптимум минус неэффективность плюс нормальный шум» справедливо и для процесса в целом.

Далее, для оценки параметров моделей часто применяется метод максимального правдоподобия, для чего в данном случае необходимо найти представление для плотности распределения случайной величины (– *U*+*V*). При этом в дополнение к аналогичной задаче для одноэтапных процессов, необходимом сначала получить выражение для плотности распределения случайной величины *U*. Ясно, что решение проблемы связано с предположениями о законах распределения случайных величин $u_1,\dots u_k$.

Определенных признаков, присущих той или иной конкретной экономической ситуации и позволяющих отдать предпочтение конкретному закону распределения для характеристики поведения факторов неэффективности u_j, к настоящему времени не установлено, как нет и результатов общего характера, демонстрирующих преимущества отдельных таких законов при применении в стохастических граничных моделях. Практически применяются: усеченное нормальное распределение N_+; показательное распределение; гамма-распределение; известны отдельные случаи использования дискретных распределений, а также распределений Вейбулла и логнормального. Первые три – в подавляющем числе теоретических дискуссий и (особенно первое) практических приложений. Одним из критериев выбора подходящего распределения – если нет экономических оснований – может быть характер поведения этого распределения при $x \to \infty$ (характеризует вероятность появления значительной неэффективности), а также вблизи $x = 0$. Другим показателем может быть число параметров выбираемого закона, обеспечивающее достаточную его «гибкость».

В случае одноэтапных процессов для распределений N_+ и показательного давно установлено, что выражение для функции правдоподобия (которая, напомним, равна произведению значений исследуемых плотностей для отдельных наблюдений) содержит, кроме элементарных функций только функцию распределения нормального закона Ф(х) (для которой, как известно, не существует выражения в элементарных функциях). Однако уже для гамма-распределения это не так (см., например, [8]). В нашем же случае применение распределения N_+ приводит к неэлементарным выражениям при вычислении плотности величины U уже при трех этапах, а величины U+V – при двух этапах, а именно, к выражениям, содержащим интегралы $\int_0^x \exp(kt^2)\Phi(at+b)dt$, k,a,b – некоторые коэффициенты. Трудоемкость вычисления значений подобных выражений достаточно велика; если время вычислений при современном уровне развития вычислительной техники здесь не является лимитирующим фактором, то затраты на привлекаемые ресурсы, включая разработку алгоритмов, могут быть значительными. Кроме того, распределения величин U и u_j в общем случае будут существенно различаться; следовательно, один и тот же наблюдаемый результат итогового процесса должен наделяться разными структурами, в зависимости от того, считаем мы его сложным, многоэтапным, или нет. Поэтому представляется целесообразным провести поиск таких распределений для случайных величин u_j, которые бы, во-первых, приводили к приемлемым по сложности представлениям для функции правдоподобия, во-вторых, позволяли бы рассматривать единообразно структуру результата процесса вне зависимости от наличия внутренних этапов. Кроме того, весьма желательно учесть возможность взаимозависимости между величинами u_j, относящимся к разным этапам, то есть оценить потенциальную зависимость эффективностей отдельных стадий процесса - обстоятельство, являющееся принципиальным отличием многоэтапных процессов.

Для решения этой задачи предлагается взять за основу показательное распределение, которое в моделях одноэтапных процессов обладает требуемыми свойствами; плотность показательно распределения с параметром *m* имеет вид $f(x) = m\exp(-mx)$, $x \geq 0$. Представим кратко основные моменты рассуждений. Мы полагаем далее без отдельных указаний, что все рассматриваемые плотности распределений, за исключением нормальной, *равны нулю на отрицательной полуоси*. Пусть $X_1, X_2, \dots, X_k$ - независимые показательные случайные величины с некоторыми параметрами $m_1, \dots, m_k$. (будем считать, что все m_j различны; противоположный случай требует некоторых непринципиальных, но иногда громоздких уточнений в записи). Тогда плотность распределения случайной величины $X = a_1 X_1 + \dots + a_k X_k$ имеет вид

$$f(x) = b_1\exp(-m_1x)+\dots+ b_k\exp(-m_kx), \qquad (2)$$

что проверяется непосредственным многократным применением операции свертки. Далее, если теперь $Y_1, \dots, Y_s$ – независимые случайные величины, плотность каждой из которых имеет вид (2), то и плотность распределения суммы $Y = c_1 Y_1+\dots+c_sY_s$, где c_m – какие-нибудь числа, имеет тот же вид. Таким образом, множество распределений, плотности которых имеют вид (2), замкнуто относительно операции построения линейной комбинации соответствующих случайных величин. Пусть это множество Р. Поскольку в многоэтапных моделях *с линейной функцией* связи между «входом» и «выходом» каждого этапа выражения одного из факторов неэффективности через другие (в частности, фактора неэффективности всего процесса через факторы неэффективности отдельных этапов) всегда имеют вид линейных комбинаций, то распределения множества P могут быть использованы для согласованного описания поведения этих факторов.

Несложно проверить (этот факт уже использовался в работах по стохастическим методам), что плотность распределения (выражаемая сверткой, т.е. некоторым определенным интегралом) суммы aX+bY, где X – показательная, а Y – нормальная случайные величины имеет вид f(x) = exp(kx)·Φ(Ax+B). В силу аддитивности определенного интеграла, та же сумма, где X – имеет распределение из множества P, будет иметь плотность, представленную суммой выражений типа f(x), с некоторым набором коэффициентов, различных в разных слагаемых. Таким образом, в моделях, использующих распределения из множества P, выражения для плотностей распределений случайных величин «фактор неэффективности + шум», и далее - функция правдоподобия, будут содержать, кроме элементарных функций только функцию Φ(x).

Распределения из предлагаемого класса оказываются «удачными» еще и в связи со следующим обстоятельством. Для отображения в моделях возможной зависимости между случайными величинами могут быть использованы т.н. копула-функции. В частности, в работе [10] для построения совместного распределения фактора неэффективности и случайного шума была применена FGM-копула:

$$C_\theta(x,y) = xy(1+\theta(1-x)(1-y)), -1 \le \theta \le 1 .$$

Непосредственные вычисления показывают, что плотность распределения суммы двух случайных величин, имеющих показательные распределения с параметрами $\lambda \neq \mu$ и связанных FGM-копулой, имеет вид:

$$f(x) = (1+\theta)\varphi(x,\lambda,\mu) + \theta\varphi(x,2\lambda,2\mu) - \theta\varphi(x,2\lambda,\mu) - \theta\varphi(x,\lambda,2\mu), \quad (3)$$

где $\varphi(x,\lambda,\mu) = \frac{\lambda}{\lambda-\mu} g(x,\mu) - \frac{\mu}{\lambda-\mu} g(x,\lambda)$ и $g(x,\lambda) = \lambda \exp(-\lambda x)$.

Несложно убедиться в том, что правая часть в равенстве (3) – это выражение типа (2). Более детальные выкладки показывают, что то же самое верно и для связанных FGM-копулой двух распределений из множества P. Таким образом, для *двухэтапного* процесса, модель которого использует P-распределения и FGM-копулу, плотности распределений случайных величин, отображающих отклонение от оптимума как на отдельных этапах, так и для процесса в целом (т.е. величин $u_j + v_j$, U+V), а затем и соответствующие функции правдоподобия также будут выражены в терминах элементарных функций и функции Φ(x).

Литература

1. Лейбенстайн, X. X-эффективность / X. Лейбенстайн // Теория фирмы. – СПб., 1995. – С. 497–504.
2. Emrouznejad, A.: Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA / Ali Emrouznejad, Barnett R. Parker, Gabriel Tavares // Journal of Socio-Economics Planning Science. – 2008. – V. 42, No 3. – P. 151–157.
3. Zhou, P. A survey of data envelopment analysis in energy and environmental studies / P. Zhou, B.W. Ang, K.L. Poh. // European Journal of Operational Research. – 2008. – V. 189. – P. 1–18.
4. Boyd, G. Estimating Plant Level Energy Efficiency with a Stochastic Frontier / Gale A. Boyd // The Energy Journal. - Vol. 29, No. 2. – P. 23-43.
5. Айвазян, С.А. Оценка экономической эффективности перехода к достижимому потенциалу./ С.А. Айвазян, М.Ю. Афанасьев // Прикладная эконометрика. - 2009, №3(15) - С. 43-55.
6. Ebrahimnejad , A. A three-stage Data Envelopment Analysis model with application to banking industry / Ali Ebrahimnejad [и др.] // Measurement.- 2014, V.49. – P. 308–319.
7. Meesters, A. A note on the assumed distributions in stochastic frontier models / Aljar Meesters // J. Prod. Anal. – 2014. – V.42/ - P.171–173.
8. Greene, W. H. Simulated likelihood estimation of the normal–gamma stochastic frontier function / William H. Greene // Journal of Productivity Analysis. – 2003. – V. 19. – P. 179–190.
9. Aigner, D. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models / Dennis J. Aigner, C. A. Knox Lovell, Peter Schmidt // Journal of Econometrics. – 1977. – V. 6. – P. 21–37.
10. Smith, M. D. Stochastic frontier models with dependent error components / Murrey D. Smith // Econometrics Journal. – 2008. – V. 11. – P. 172–192.