

tion, Inflation and the Taxation of Income from Capital. Charles R. Hulten (ed). Washington, DC: The Urban Institute Press. Pp. 81-125

10. Whelan K, Computers, obsolescence, and productivity, Washington, D.C.: Board of Governors of the Federal Reserve, 2000

УДК 658.14/17(075.8)

## МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЕ И СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ АНАЛИЗА РЕНТАБЕЛЬНОСТИ КАПИТАЛА

Пятницкий Дмитрий Витольдович (vtddm@mail.ru)

ФГБОУ ВПО «Ивановский государственный политехнический университет»

Модели анализа рентабельности капитала предлагается подразделять на структурные и мультипликативные. Для их соответствия друг другу даны рекомендации по порядку следования факторов в моделях. Доказывается, что структурные модели проще, практичнее и информативнее мультипликативных.

**Ключевые слова:** прибыль, рентабельность собственного капитала, рентабельность активов, факторы первого и второго порядка, количественный фактор, качественный фактор.

В оценке стоимости компаний все большую роль играют подход, базирующийся на экономической добавленной стоимости (экономической прибыли), под которой понимается разность чистой операционной прибыли (NOPLAT) и издержек (реальных и вмененных), связанных с привлеченным капиталом [1]. Величина NOPLAT определяется рентабельностью инвестированного капитала. В связи с этим повышается значение точного измерения, анализа и прогнозирования рентабельности капитала в оценке бизнеса и в управлении стоимостью компании [3]. Кроме того, проанализированные ниже модели могут быть использованы в комплексном экономическом анализе с целью разработки инвестиционных стратегий и для обоснования управленческих решений в финансовой сфере.

Мультипликативные модели анализа рентабельности совокупного капитала, а также рентабельности активов и инвестированного капитала являются в той или иной степени модификациями формулы Дюпона, где основными двумя факторами являются рентабельность про-

дукции и коэффициент оборачиваемости капитала. Другие (вспомогательные) факторы отражают соотношение различных показателей прибыли и видов используемого капитала. В структурных моделях рентабельность совокупного капитала (рентабельность активов, рентабельность инвестированного капитала) зависит от рентабельности реальных и финансовых активов и структуры привлеченного капитала (совокупного и инвестированного).

Г.В.Савицкая [2] предлагает использовать для анализа рентабельности совокупного капитала (*ВЕР*) две модели с разным набором факторов. Факторы первой модели (мультипликативной): соотношение между брутто-прибылью (*ЕВИТ*) и операционной прибылью (*П<sub>РП</sub>*), рентабельность операционного капитала (*РОК*), удельный вес операционного капитала (*ОК*) в совокупном капитале (*KL*). Рентабельность операционного капитала зависит от факторов второго порядка - коэффициента оборачиваемости операционного капитала (*К<sub>ОБ</sub>*) и рентабельности оборота (*Р<sub>ОБ</sub>*):

$$ВЕР = \frac{ЕВИТ}{KL} = \frac{ЧП + \% + T}{KL} \quad (1)$$

$$ВЕР = \frac{ЕВИТ}{KL} = \frac{ЕВИТ}{П_{РП}} \cdot \frac{ВР}{ОК} \cdot \frac{П_{РП}}{ВР} \cdot \frac{ОК}{KL} = W_{\Pi} \cdot K_{ОБ} \cdot R_{ОБ} \cdot УД_{ОК} \quad (2)$$

$$РОК = \frac{П_{РП}}{ОК} = \frac{ВР}{ОК} \cdot \frac{П_{РП}}{ВР} = K_{ОБ} \cdot R_{ОБ} \quad (3)$$

$$ВЕР = W_{\Pi} \cdot РОК \cdot УД_{ОК} \quad (4)$$

где *ВЕР* – рентабельность совокупного капитала;

*ЕВИТ* – прибыль до уплаты процентов и налогов (брутто-прибыль);

*KL* – среднегодовая сумма совокупного капитала;

*ЧП* – чистая прибыль;

*T* – налог на прибыль;

*ОК* – среднегодовая сумма операционного капитала;

*%* – проценты к платежу;

*П<sub>РП</sub>* – прибыль от реализации продукции;

*ВР* – выручка от реализации продукции;

*W<sub>Π</sub>* – соотношение между брутто-прибылью и операционной прибылью (прибылью от реализации продукции);

$K_{ОБ}$  – коэффициент оборачиваемости операционного капитала;

$R_{ОБ}$  – рентабельность оборота;

$УД_{ОК}$  – удельный вес операционного капитала в совокупном капитале;

$ROK$  – рентабельность операционного капитала.

Вторая модель предполагает разделение совокупного капитала компании на операционный капитал, финансовые инвестиции и прочие (неработающие) активы. В отличие от мультипликативной модели назовем ее структурной моделью анализа рентабельности совокупного капитала:

$$BEP = УД_{ОК} \cdot ROK + УД_{ФИ} \cdot R_{ФИ} + УД_{ПК} \cdot R_{ПК} \quad (5)$$

$$R_{ФИ} = \frac{П_{ФИ}}{ФИ} \quad (6)$$

где  $УД_{ОК}$ ,  $УД_{ФИ}$ ,  $УД_{ПК}$  - удельный вес операционного капитала, финансовых инвестиций и прочих (неработающих) активов соответственно;

$ROK$ ,  $R_{ФИ}$ ,  $R_{ПК}$  - рентабельность операционного капитала (ОК), финансовых инвестиций (ФИ) и прочих (неработающих) активов (ПК) соответственно;

$П_{ФИ}$  – прибыль от финансовых инвестиций.

Модели отражают влияние рентабельности операционного капитала на рентабельность совокупного капитала. Согласно первой и второй модели это влияние соответственно будет:

$$W_{П} = \frac{EBIT}{П_{П}} = \frac{ОК \cdot ROK + ФИ \cdot R_{ФИ} + ПК \cdot R_{ПК}}{ОК \cdot ROK} = \frac{УД_{ОК} \cdot ROK + УД_{ФИ} \cdot R_{ФИ} + УД_{ПК} \cdot R_{ПК}}{УД_{ОК} \cdot ROK} \quad (9)$$

Три фактора первого порядка определяют 6 различных перестановок, из которых следует выбрать единственно правильную. Как известно, метод цепных подстановок предусматривает, что в модели сначала должны идти количественные факторы, затем качественные факторы и в конце – цены. Количественные факторы, связанные с причинами, должны быть в модели впереди тех факторов, которые связаны со следствиями. Факторы, представленные относительными показателями, которые строятся на базе абсолютных величин, связанных с причинами, должны быть впереди тех факторов, которые представлены относительными величинами, связанными со следствиями. Например, удельный вес операционного капитала в совокупном капитале в моделях должен находиться впереди показателя  $W_{П}$ , который выражает соотношение между брутто-прибылью и прибылью от реализации продукции. Очевидно, что изменение капитала вызывает изменение прибыли, а не наоборот. Рентабельность операционного капитала и соотношение между брутто-прибылью и прибылью от реализации продукции – относительные показатели. Поскольку на показатель структуры прибыли  $W_{П}$  влияют и структура, и рентабельность трех видов капитала, а фактор первого порядка  $УД_{ОК}$ , отражающий структуру капитала, стоит на первом

$$\Delta BEP = W_{П} \cdot \Delta ROK \cdot УД_{ОК0} \quad (7)$$

$$\Delta BEP = УД_{ОК1} \cdot \Delta ROK \quad (8)$$

Оценка влияния рентабельности операционного капитала на рентабельность совокупного капитала, полученная с помощью второй модели, является истинной. Оценка влияния этого фактора с помощью первой модели должна совпадать с истинной оценкой. Фактор структуры прибыли  $W_{П}$  в первой модели является сложным, то есть зависимым от факторов второго уровня (структуры капитала и показателей рентабельности):

месте, то на втором месте должен стоять фактор  $W_{П}$ . Как следствие, рентабельность капитала  $ROK$  оказывается на третьем месте. Поскольку  $ROK$  как фактор первого порядка стоит на третьем месте, то при исследовании факторов второго порядка, влияющих на структуру прибыли  $W_{П}$ , воздействие  $ROK$  уже как фактора второго порядка должно быть проанализировано также в последнюю очередь.

Итак, первым фактором в мультипликативной модели должен идти удельный вес операционного капитала  $УД_{ОК}$ , вторым фактором –  $W_{П}$ , третьим фактором –  $ROK$ . Из факторов второго порядка, влияющих на  $W_{П}$ , сначала должны изменяться доли операционного и прочего капитала, а также финансовых инвестиций, а затем показатели рентабельности в последовательности  $R_{ФИ} \rightarrow ROK$  (рентабельность неработающих активов равна нулю по предположению).

Результаты расчетов по мультипликативной и структурной моделям рентабельности совокупного капитала одинаковы только при таком порядке следования факторов в мультипликативной модели:  $УД_{ОК}$ ,  $W_{П}$  ( $УД_{ОК}$ ,  $УД_{ФИ}$ ,  $R_{ФИ}$ ,  $ROK$ ),  $ROK$ . В скобках указана последовательность подстановки факторов второго порядка. Действительно, логично предположить, что в результате изменения объемов используемого

капитала разных видов меняется его структура, а изменения показателей его рентабельности происходят уже на базе этих изменений.

Влияние рентабельности операционного капитала на рентабельность совокупного капитала, согласно первой модели, складывается из ее влияния как фактора второго уровня, кото-

$$\Delta BEP(ROK) = \left( \frac{UD_{OK_1} \cdot ROK_1 + UD_{\PhiИ_1} \cdot R_{\PhiИ_1} + UD_{ПК_1} \cdot R_{ПК_1}}{UD_{OK_1} \cdot ROK_1} - \frac{UD_{OK_1} \cdot ROK_0 + UD_{\PhiИ_1} \cdot R_{\PhiИ_1} + UD_{ПК_1} \cdot R_{ПК_1}}{UD_{OK_1} \cdot ROK_0} \right) \times (10) \\ \times ROK_0 \cdot UD_{OK_0} + W_{П_1} \cdot UD_{OK_1} \cdot \Delta ROK$$

Говоря о мультипликативной модели в целом, следует отметить, что структуру прибыли ( $W_{П}$ ) нельзя рассматривать в качестве независимого фактора рентабельности совокупного капитала, поскольку она зависит от факторов второго уровня, совпадающих с факторами первого уровня ( $ROK$ ,  $UD_{OK}$ ,  $UD_{\PhiИ}$ ,  $UD_{ПК}$ ) этой же модели. Сложность фактора  $W_{П}$  затрудняет интерпретацию результатов расчетов, выполненных с использованием модели. Например, оценка влияния на  $BEP$  изменения удельного веса операционного капитала предполагает неизменность структуры прибыли, на которую этот удельный вес оказывает непосредственное влияние:

$$\Delta BEP(UD_{OK}) = \Delta UD_{OK} \cdot W_{П_0} \cdot ROK_0 \quad (11)$$

рое проявляется через воздействие на  $W_{П}$  при фактическом значении фактора первого уровня ( $UD_{OK}$ ) и базовом значении другого фактора первого уровня ( $ROK$ ), и непосредственного воздействия этого фактора как фактора первого уровня при фактических значениях  $UD_{OK}$ ,  $W_{П}$ :

Проиллюстрируем сделанные выводы на примере цифровых данных табл.1-3. При правильной последовательности факторов мультипликативная модель дает тот же результат, что и структурная модель.

Согласно структурной модели снижение рентабельности совокупного капитала произошло в первую очередь в результате падения рентабельности операционного капитала. Этот фактор объясняет уменьшение  $BEP$  на 88%. В соответствии с мультипликативной моделью указанный фактор как фактор первого уровня объясняет падение  $BEP$  на 91%. Одновременно с этим влиянием  $ROK$  на  $W_{П}$  объясняется рост  $BEP$  на 3%.

Таблица 1

Исходные данные для факторного анализа рентабельности совокупного капитала

Показатель	Прошлый период	Отчетный период
Реализация продукции ( $BP$ ), тыс.руб.	95250	99935
Брутто-прибыль ( $EBIT$ ), тыс.руб.	18500	20000
Прибыль от реализации продукции ( $П_{РП}$ ), тыс.руб.	17900	19296
Прибыль от финансовых инвестиций ( $П_{\PhiИ}$ ), тыс.руб.	600	704
Совокупный капитал ( $KL$ ), тыс.руб.	40000	50000
Операционный капитал ( $OK$ ), тыс.руб.	34500	42500
Финансовые инвестиции ( $\PhiИ$ ), тыс.руб.	3600	3925
Прочий капитал (неработающие активы), тыс.руб.	1900	3575

Таблица 2

Оценка влияния факторов на рентабельность совокупного капитала с помощью мультипликативной модели, %

$\Delta BEP\%$	Факторы						
	$UD_{OK}$	$W_{П}$	в том числе за счет				ROK
			$UD_{OK}$	ROK	$UD_{\PhiИ}$	$R_{\PhiИ}$	
Модель $BEP = UD_{OK} \cdot W_{П}(UD_{OK}, UD_{\PhiИ}, ROK, R_{\PhiИ}) \cdot ROK$							
-6,250	-0,670	0,131	0,022	0,201	-0,192	0,100	-5,710
Модель $BEP = UD_{OK} \cdot ROK \cdot W_{П}(UD_{OK}, ROK, UD_{\PhiИ}, R_{\PhiИ})$							
-6,250	-0,670	0,114	0,019	0,163	-0,168	0,100	-5,694

Таблица 3

## Сравнительная оценка влияния факторов на рентабельность совокупного капитала, %

$\Delta BEP\%$	Факторы			
	$UD_{OK}$	$UD_{\PhiИ}$	$ROK$	$R_{\PhiИ}$
Структурная модель				
-6,250	-0,649	-0,192	-5,509	0,100
Модель $BEP = UD_{OK} \cdot W_{\Pi}(UD_{OK}, UD_{\PhiИ}, ROK, R_{\PhiИ}) \cdot ROK$				
-6,250	-0,649	-0,192	-5,509	0,100
Модель $BEP = UD_{OK} \cdot ROK \cdot W_{\Pi}(UD_{OK}, ROK, UD_{\PhiИ}, R_{\PhiИ})$				
-6,250	-0,651	-0,168	-5,531	0,100

Аналогичная ситуация возникает с двумя альтернативными моделями анализа рентабельности собственного капитала [2]. Модель (12) определим как мультипликативную, а модель (13) как структурную:

$$ROE = \frac{ЧП}{СК} = \frac{ЧП}{EBIT} \cdot \frac{EBIT}{KL} \cdot \frac{KL}{СК} = (1 - K_H) \cdot (1 - K_{\Pi}) \cdot BEP \cdot MK \quad (12)$$

$$ROE = \frac{ЧП}{СК} = BEP \cdot (1 - K_H) + \mathcal{ЭФР}_{3K} = ROA + \mathcal{ЭФР}_{3K} \quad (13)$$

$$\mathcal{ЭФР}_{3K} = (BEP - \underline{Ц}_{3K}^B) \cdot (1 - K_H) \cdot \frac{3K}{СК} = (ROA - \underline{Ц}_{3K}) \cdot \frac{3K}{СК} \quad (14)$$

где  $ROE$  – рентабельность собственного капитала;

$ROA$  – рентабельность активов;

$\mathcal{ЭФР}_{3K}$  – эффект финансового рычага, связанный с привлечением заемного капитала;

$K_H$  – коэффициент налогового изъятия прибыли;

$K_{\Pi}$  – коэффициент процентного изъятия прибыли, определяемый как отношение суммы процентов к уплате к величине привлеченного заемного капитала;

$MK$  – мультипликатор капитала (отношение суммы собственного (СК) и заемного (ЗК) капитала к величине собственного капитала);

$\underline{Ц}_{3K}^B, \underline{Ц}_{3K}$  – доналоговая и посленалоговая цена заемного капитала.

Рентабельность собственного капитала при заданной рентабельности активов можно увеличить с помощью привлечения недорогого заемного капитала. Именно этот фактор должна отразить любая модель ее анализа. Привлекаемый заемный капитал характеризуется двумя параметрами: ценой и величиной. В мультипликативной модели ни один из этих параметров не присутствует в качестве факторов первого порядка. Кроме того, крайне нежелательно, чтобы в модели один и тот же фактор второго порядка влиял на разные факторы первого порядка. В мультипликативной же модели влияние величины заемного капитала проявляется сразу через два фактора (коэффициент процентного изъятия и мультипликатор капитала [2]):

$$K_{\Pi} = \frac{\underline{Ц}_{3K}^B \cdot 3K}{EBIT} \quad (15)$$

$$MK = \frac{СК + 3K}{СК} \quad (16)$$

Мультипликативная модель служит примером неудачной конструкции для анализа показателя, нуждающегося в структурировании. Вместе с тем уровень и динамика коэффициента процентного изъятия сами по себе представляют определенный интерес. Коэффициент процентного изъятия связан с показателем силы воздействия финансового рычага, созданного заемным ( $DFL$ ) и привилегированным капиталом ( $DPL$ ):

$$DFL = \frac{EBIT}{EBIT - \underline{Ц}_{3K}^B \cdot 3K} = \frac{1}{1 - K_{\Pi}} \quad (17)$$

$$DPL = \frac{(EBIT - \underline{Ц}_{3K}^B \cdot 3K) \cdot (1 - K_H)}{ЧП - r_p \cdot ПК} = \frac{ЧП}{БП} \quad (18)$$

где  $DFL, DPL$  – сила воздействия финансового рычага, созданного заемным и привилегированным капиталом соответственно;

$ПК$  – привилегированный капитал;

$ЧП$  – чистая прибыль;

$БП$  – базовая прибыль (прибыль держателей обыкновенных акций);

$r_p$  – дивидендная доходность префакций (привилегированного капитала).

Показатели силы воздействия финансового рычага могут быть использованы в следующих моделях:

$$\Delta ЧП\% = DFL \cdot \Delta EBIT\% \quad (19)$$

$$\Delta БП\% = DPL \cdot \Delta ЧП\% \quad (20)$$

где  $\Delta EBIT\%, \Delta ЧП\%, \Delta БП\%$  – процентное изменение брутто-прибыли, чистой и базовой прибыли соответственно.

Модели показывают, на сколько процентов изменится чистая (базовая) прибыль, если брутто-прибыль (чистая прибыль) изменится на данное количество процентов.

Структурная модель позволяет четко определить вклад собственного и заемного капитала в формирование чистой прибыли:

$$ЧП = ROA \cdot СК + ЭФР_{зк} \cdot СК \quad (21)$$

Первое слагаемое соответствует вкладу собственного капитала, а второе слагаемое – вкладу заемного капитала.

Таким образом, структурные модели анализа рентабельности совокупного и собственного капитала проще, практичнее и информативнее мультипликативных, в которых одни и те же показатели являются факторами первого и второго порядка, что приводит к трудностям в интерпретации и практическом применении результатов расчетов. Именно поэтому структурные модели должны быть основными моделями в экономическом анализе эффективности использования капитала. После того как рента-

бельность капитала в достаточной степени будет структурирована, анализ рентабельности его структурных компонентов ( $ROK$ ,  $R_{\Phiи}$ ,  $R_{ГК}$ ) может быть продолжен с помощью мультипликативных моделей.

#### Литература

1. Когденко, В.Г. Особенности анализа консолидированной отчетности (на примере анализа показателей финансового рычага) // В.Г.Когденко // Экономический анализ: теория и практика. - 2012. - №36 (291). – С.13-22.
2. Савицкая, Г.В. Экономический анализ: Учеб./ Г.В. Савицкая. – 10-е изд., испр. – М.: Новое знание, 2004. – С.440.
3. Damodaran, Aswath, Return on Capital (ROC), Return on Invested Capital (ROIC) and Return on Equity (ROE): Measurement and Implications (July 2007). Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1105499> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1105499>

УДК 334 338.2

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ СЛУЧАЙНЫМИ ФАКТОРАМИ, ВЛИЯЮЩИМИ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕССОВ

*Тальянов Сергей Юрьевич (stalyanov@list.ru)*

*ФГБОУ ВПО «Ивановский государственный химико-технологический университет»*

В статье исследуются многоэтапные модели для оценки эффективности стохастическими граничными методами. Предлагается метод моделирования возможной зависимости между случайными величинами, отображающими снижение эффективности на отдельных этапах. Предполагается, что эти величины имеют показательное распределение. Для задания их совместной функции распределения используются FGM-копулы. Показано, что в этом случае возможно получить относительно простое выражение для функции правдоподобия.

**Ключевые слова:** стохастические граничные методы; оценка эффективности; зависимые случайные величины; показательное распределение; копула-функции

Достаточно хорошо известно, что проявления неопределенности внешней среды не всегда независимы друг от друга. В экономико-математических исследованиях, использующих теоретико-вероятностное представление неопределенностей, речь может идти о зависимых или независимых случайных величинах. В стохастических граничных методах оценки эффективности (SFA, Stochastic Frontier Approach) случайные величины – один из основных элементов математической модели. Они отображают отклонение фактического результата деятельности отдельных оцениваемых экономических объектов от предполагаемого оптимума. Оценка возможной взаимозависимости этих отклонений может, в частности, существенно уточнить прогноз будущего развития изучаемых предприятий, внести коррективы в планируемые мероприятия по повышению эффективности. Надо отметить, что эта проблема уже затрагивалась в исследованиях, посвященных

SFA [1,2,3]. Однако эти работы, как и практически все остальные в этой области, относились к простым процессам преобразований входного ресурса (или ресурсов) в конечный результат. При переходе к изучению многоэтапных процессов последовательного преобразования «входа»  $X$  по схеме  $X \rightarrow Z_1$  (промежуточный продукт 1)  $\rightarrow Z_2 \rightarrow \dots \rightarrow Y$  (конечный продукт), возникает принципиально новая задача – моделирования зависимости между случайными факторами, влияющими на эффективность отдельных этапов; исследованию данного вопроса и посвящена настоящая работа.

Граничные методы оценки эффективности в целом представлены двумя основными самостоятельными направлениями – непараметрическими и стохастическими методами, обладающими определенным набором преимуществ и проблем каждое; существенное продвижение в одном из них предопределяет интерес к раз-