

## ГРАНИЧНЫЕ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ФИРМ

Граничные методы оценки эффективности уже закрепились в качестве объекта исследования в научной экономической литературе, как зарубежной, так и отечественной. В последнее десятилетие в работах, посвященных этим методам заметное внимание уделяется оценке эффективности деятельности экономических объектов, обладающих в той или иной степени сложной структурой. Обзор этих работ показывает, что актуальным является обсуждение таких вопросов, как уточнение и классификация структуры изучаемых совокупностей объектов; определение цели и задач исследования эффективности в отдельных случаях и выбор конкретных методов оценки эффективности. Исследуются как задачи оценки итоговой, суммарной эффективности, так и сопоставления этой общей эффективности с оценками эффективности отдельных этапов (подразделений). Отметим, что при этом в определенной степени повышается интерес и к отдельным вопросам в исследовании «обычной», одноэтапной эффективности. В данной работе предполагается уточнить постановку некоторых, актуальных по мнению автора, задач по оценке граничными методами эффективности в совокупностях экономических объектов со сложной структурой и предложить подходы к их решению.

Для удобства дальнейших ссылок отметим кратко основные моменты граничных подходов. В основе всех методов лежит представление об эффективности как мере близости к оптимально возможному в данных условиях результату. Метод DEA (Data Envelopment Analysis) сравнивает «переменные выхода»  $y_j$ , соответствующие входным переменным  $x_j$  отдельных фирм или иных объектов, выясняя, возможно ли (несколько огрубляя) заменить данную фирму линейной комбинацией остальных; если нет, то данная фирма обладает стопроцентной эффективностью, в противном случае для нее может быть рассчитана тем или иным способом мера отклонения от оптимума. Граница эффективности определяется несколькими полностью эффективными фирмами и, поскольку возникает в процессе решения специальной задачи линейного программирования, эта граница является выпуклым кусочно-линейным образованием. Известно, что возможны два подхода к оценке эффективности: так называемые «input-ориентированные» модели, в которых оценивается эффективность использования входных ресурсов для получения заданных значений выходных переменных, и «output-ориентированные» модели, в которых оценивается способность получать максимальное значение на «выходе» при имеющихся значениях входных переменных. В обоих случаях может предполагаться постоянная или переменная отдача от масштаба. Для определенности далее будет рассматриваться output-ориентированные варианты DEA с произвольным значением отдачи от масштаба – отчасти потому, что случай постоянной отдачи от масштаба достаточно подробно исследован в работе [1].

Стохастические методы (различные варианты SFA (Stochastic Frontier Approach)) оперируют с аналитическим представлением границы эффективности,  $\alpha_i$  – подлежащие определению параметры, и представлением  $y_j$  в виде  $u_j$ , где  $u_j$  – знакопостоянное случайное отклонение от оптимума («+» или «-» в зависимости от смысла переменной  $y$ ), фактор неэффективности – по предположению, есть проявление присущего фирме свойства, а  $\varepsilon_j$  – знакопеременное случайное, внешнее по природе отклонение. Оценка эффективности рассчитывается на основе статистической оценки величины  $u_j$ . Объем исследуемой совокупности определяет в SFA статистическое качество результатов, и отчасти поэтому менее пригоден в малых выборках.

Предлагается, прежде всего, обсудить типы объектов исследования. Достаточно пространенным является следующий случай (I). Два устройства, «черных ящика», соединены последовательно; «выход» первого этапа есть «вход» второго; «выход» второго этапа есть совокупный результат функционирования двух этапов. Таким образом, имеется три совокупности значений переменных (в общем случае, многомерных):  $\{x_j\}$  - вход первого этапа,  $\{y_j\}$  - выход первого этапа и вход второго,  $\{z_j\}$  - выход второго этапа, итоговый результат. Здесь индекс «j» - общий для (неделимого) объекта и двух его стадий, или этапов. В пространствах переменных « $x - z$ », « $z - y$ » и « $x - y$ », в рамках того или иного варианта граничного подхода строятся оценки эффективности  $e_j^{xz}$ ,  $e_j^{zy}$ ,  $e_j^{xy}$ , и очевидная подлежащая исследованию задача – корректно рассчитать указанные величины и выявить возможную взаимосвязь между ними. Оптимизация структуры обсуждается в отдельных прикладных частных случаях; поскольку прямого взаимодействия между отдельными представителями конкретного этапа не предполагается, вопрос оценки эффективности объектов отдельного этапа в целом как системы в общем случае не ставится.

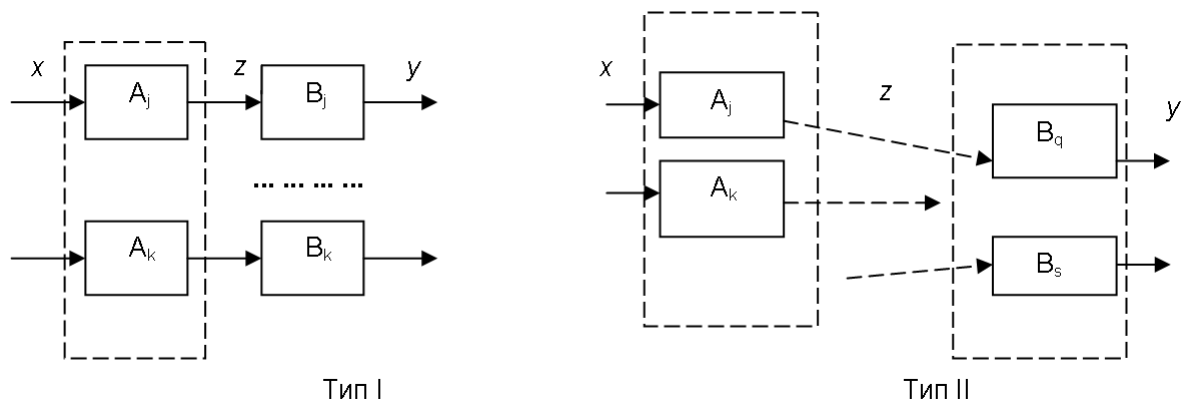


Рисунок 1. Типы структур взаимодействия между объектами

Среди многих возможных примеров отметим два. (А) Эффективность обучения. Рейтинговая оценка знаний студента есть, фактически, выходной параметр «устройства»: студент+совокупность педагогических мероприятий на очередном курсе. Вместе с тем эта оценка есть входной параметр для обучения на следующем курсе. Рассматривая последовательные суммарные рейтинги одних и тех же студентов на разных курсах, можно оценить эффективность процесса обучения как на отдельных курсах, так и в целом. (Б) Поставка энергоресурсов /тепла/ в коммунальном хозяйстве. Первичный входной параметр – топливо; промежуточный ( $z$ ) – произведенная тепловая энергия, итоговый ( $y$ ) – энергия, отпущенная потребителю. Естественно, данная схема не может вполне отразить разнообразие реальных производственных структур. Важные, на наш взгляд, частные случаи, обсуждаются в работах [2,3]. Слева на рисунке 1 пунктиром выделен первый этап; в первом из приведенных примеров каждый из этапов образует некоторую общность взаимодействующих объектов при наличии единого «регулятора» - педагогической системы вуза, но это - не обязательная особенность данного типа взаимодействия.

Изучение отношений между (свободными) потребителями и производителями дают многочисленные примеры второго типа, среди которых важным, но практически мало исследованным посредством граничных методов, является вопрос об эффективности взаимодействия финансового и реального секторов экономики. Здесь нет технологически или иным образом обусловленной жесткой связи между объектами разных этапов, которые в данном случае лучше назвать подсистемами. Более того, хотя оценка эффективности на отдельных этапах представляет и здесь несомненный интерес, на первый план, по-видимому, выступает задача оптимального выбора сочетаний представителей отдельных этапов. Поскольку на практике установление взаимосвязи между представителями двух этапов есть результат поиска, отбора при явном или неявном учете оценок эффективности, информация о характере распределения значений этих оценок внутри каждой из подсистем приобретает важное значение. Справ на рисунке 1 пунктиром обозначены хозяйственные связи, не обязательно существующие между конкретными представителями этапов в каждый очередной момент времени. В пределах каждого этапа между объектами могут возникать сложные отношения конкуренции.

Вопрос о соотношении оценок эффективности  $e_j^z$ ,  $e_j^y$ ,  $e_k^z$  - многоплановый в обоих подходах, DEA и SFA. Отметим отдельные частные проблемы.

Во-первых, способ построения этих оценок должен, сообразуясь со «здравым смыслом», давать согласованную упорядоченность значений эффективности; если, например, для двух индексов «j» и «k» выполнено:

$$e_j^z \leq e_k^z, \quad e_j^y \leq e_k^y, \quad (1)$$

то ожидается, что и  $e_j^y \leq e_k^y$ , то есть более высокая оценка эффективности на каждом из этапов влечет более высокую оценку общей эффективности. В методе DEA автором проверено, что справедливо следующее утверждение: если точки  $[e_j^z, e_j^y]$  и  $[e_k^z, e_k^y]$  – на соответствующих границах эффективности, то и  $[e_j^z, e_j^y]$  - граничная точка, то есть 100% эффективность отдельных этапов влечет за собой такую же общую эффективность. Несложно, однако, привести пример, когда 100% суммарная эффективность и такая же эффективность одного из этапов сопровождаются более низкой эффективностью другого этапа. Таким образом, из выполнения неравенств (1) не обязательно следует неравенство  $e_j^y \leq e_k^y$ .

С другой стороны, проверяется также, что неэффективность двух этапов порождает суммарную неэффективность.

Эти замечания оправдывают интерес к уточнению «истинного» положения границы эффективности, причем в обоих подходах, DEA и SFA. Действительно, производственная функция, параметры которой – в представлении модели неоклассического подхода – определяются складывающимся на рынках сырья и продукции равновесием, доставляет оптимальное решение для каждой конкретной фирмы, но при каких условиях? Следуя логике граничного подхода, в особенности его стохастической интерпретации, этот оптимум будет практически осуществляться в ситуации, когда большинство остальных фирм принимают уже заведомо неоптимальные решения. Другими словами, «чистое» оптимальное решение, в условиях полной оптимальности действий остальных фирм, может не быть оптимальным, если партнеры принимают неоптимальные решения. Возникает проблема оценки истинной границы возможностей фирм, поскольку получаемая посредством граничных методов оценка положения этой границы, как следует из вышесказанного, в идейном отношении является некорректной.

Если все фирмы действуют полностью эффективно, то точки, характеризующие эти фирмы в пространстве переменных «вход-выход», должны находиться на границе эффективности. Поэтому в стохастическом варианте граничных методов оценки эффективности можно предложить следующий алгоритм уточнения положения истинной границы эффективности. Пусть  $y_j$  - наблюдаемое значение признака, по которому оценивается эффективность  $j$ -той фирмы и  $u_j \geq 0$  - оценка «фактора неэффективности», уменьшающего (например) оптимальное значение. Поскольку  $u_j$  – это *статистическая оценка* реализовавшегося в действительности значения фактора неэффективности  $u_j$ , она может, в частности, быть и больше, чем  $u_j$ . Алгоритм вычислений по методу SFA в принципе позволяет оценить вероятности событий  $u_j > \lambda u_j$  при различных  $\lambda$ . Выбирая приемлемое значение  $\lambda$ ,  $0 < \lambda < 1$ , рассмотрим вместо совокупности  $\{y_j\}$  в качестве исходных данных совокупность значений  $\{y_j + \lambda u_j\}$  и проведем новый расчет; далее используем новые значения  $u_j$  для формирования массива  $\{y_j + \lambda u_j + \lambda_1 u_j\}$  и т.д. Необходимое разрешение вопроса о сходимости метода зависит от предположений о виде закона распределения случайных величин  $u_j$ . Полученное итоговое аналитическое выражение для границы эффективности можно использовать для более точного прогноза результатов деятельности фирм при других значениях входных параметров.

Возможность корректной постановки задачи прогнозирования является одним из преимуществ метода SFA; параметры закона распределения случайных величин  $u_j$  являются основой построения прогноза, и их уточнение, например, посредством описанного алгоритма, может представлять практический интерес.

В методе DEA причины малой или большой эффективности никак не объясняются, и поэтому на основе результатов его применения непосредственно нельзя делать прогноз будущих показателей деятельности оцениваемых производственных единиц. Устанавливаемая посредством DEA граница эффективности по своему определению является, как отмечают в литературе, «совокупностью образцов лучшей практики (хозяйствования)» и никак не отражает непосредственно функциональную связь между входными и выходными параметрами. Имея в виду найти подходящий аналог, мы предлагаем допустить, что именно для фирм, определяющих границу эффективности, существующая общая (единая) зависимость между входными и выходными параметрами проявляется наиболее точно. При этом мы не ставим задачу выявить аналитическую форму представления этой зависимости, которая может включать и другие переменные, кроме рассматриваемых в качестве входных и выходных в наших задачах, но будем считать, что эта зависимость обладает свойствами, типичными для производственных функций, а именно: является возрастающей по каждой из входных переменных и подчиняется закону убывающей эффективности. В методе DEA геометрический образ границы эффективности – кусочно-линейная поверхность; при наличии одной входной ( $x$ ) и одной выходной ( $y$ ) переменных при произвольной отдаче от масштаба – выпуклая ломаная линия. В этом последнем случае можно построить кубический сплайн  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , проходящий через две соседние точки границы, в которых значения его производной равны полусуммам угловых коэффициентов прямых, задающих сходящиеся в этих точках отрезки границы. При этом переход через вершину границы для этих сплайнов будет гладким, а значения производной  $f'(x)$  будут убывать. Для случая большего числа входных переменных требуется аккуратно построить соответствующий многомерный аналог.

Отметим далее два возможных применения предложенных выше вариантов уточнения положения границы эффективности. Одним из таких применений в первую очередь является выработка рекомендаций по повышению эффективности исследуемых систем экономических объектов. Если в output-ориентированной модели объект  $P$  является высокоэффективным, или, по крайней мере, более эффективным, чем объект  $Q$ , то часть входных ресурсов целесообразно передать от  $Q$  к  $P$  – если такая возможность имеется. Но тогда необходимо оценить изменение выхода  $\Delta y_P$  при заданном изменении входа  $\Delta x_P$ , а также изменение  $\Delta y_Q$  при известном  $\Delta x_Q (= -\Delta x_P)$ , то есть, фактически, надо

что-то знать о производственной функции, предполагая ее наличие. Первыми кандидатами на использование дополнительных объемов ресурсов являются самые эффективные фирмы, то есть фирмы на границе эффективности – и для них можно уже использовать приближение  $\Delta y \approx f'(x) \Delta x$ . Однако при этом необходимо обосновать, что  $\Delta x \leq \Delta x^*$ . Этот вопрос – о закономерностях в характеристиках неэффективных фирм – требует, на наш взгляд, более детального исследования. В частности, можно поставить вопрос о проверке гипотезы об однородности выборки: нельзя исключить возможность «смешивания» фирм, обладающих различными технологиями, то есть существования своего рода многослойной границы эффективности.

Возможность оценить значение выходной переменной при произвольном значении «входа» может быть применена также для уточнения суммарной, итоговой эффективности многостадийного процесса (общей эффективности нескольких взаимодействующих по последовательной схеме фирм). Пусть при значении входной переменной  $x_1$  «выход» первого этапа равен  $y_1$  и, соответственно, на втором этапе при значении входа  $y_1$  получен выход  $y_2$ . Если значение  $y_1$  неэффективно, то истинная эффективность второго этапа и суммарная эффективность по двум этапам, фактически, неизвестна. Предлагается следующий вариант оценки оптимальных по обоим этапам значений выходных переменных и, тем самым оценки положения общей границы эффективности. Рассмотрим соответствующее «входу»  $x_1$  значение  $y_1^*$ , отнесенное к границе эффективности в пространстве переменных  $x - y$ :  $y_1^* = f(x_1)$  – аппроксимация этой границы, например, кубическим сплайном. Воспользовавшись аппроксимацией  $g(y)$  границы эффективности в пространстве  $x - y$ , получим значение  $x_2^* = g(y_1^*)$ . Множество значений  $x_2^*$  определит (гипотетическую) границу эффективности по совокупности двух этапов.

Таким образом, возможно уточнение положения границы эффективности, имеющее как теоретическое, так и прикладное значение.