

## Раздел 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

УДК 658.8

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ СБЫТА

*Лутошкин Игорь Викторович (LutoshkinIV@ulsu.ru)*

*Чекмарева Анна Николаевна*

*ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет»*

В статье предлагается расширение подходов к построению функций сбыта (продаж) за счет использования не только фактора рекламных расходов и труда, но и капитала. Формулируются аналитические свойства функции сбыта, проводится её построение на статистических данных и анализ результатов.

*Ключевые слова:* функция сбыта; инвестиции в рекламу; моделирование рекламных расходов; производственные функции.

При рассмотрении крупных экономических объектов с целью исследования валового выпуска предприятия (фирмы, региональной экономики, национальной экономики) традиционно при моделировании применяется метод построения производственных функций (ПФ) [2, 5, 12]. При этом предполагается, что результирующий показатель (выпуск) определяется количественными факторами производства. В свою очередь, когда рассматривают спрос на продукцию фирмы, используют функции спроса, которые определяются факторами рынка [8]: цена продукции, бюджет потребителя, реклама. При этом, если экономическая система находится в равновесном состоянии, то практически всегда предполагается равенство спроса и предложения. Последнее означает, что для экономической системы в равновесном состоянии можно строить функцию спроса (ФС), используя факторы, определяющие предложение, и наоборот, для построения производственной функции использовать факторы, определяющие спрос.

В литературе наиболее полно представлены и изучены двухфакторные производственные функции [2, 5, 12], где в качестве основных объясняющих факторов используются основные средства (капитал) и численность персонала (труд). В работе [3] представлен результат построения ПФ, где к стандартным факторам (основные средства, численность персонала) добавлен фактор оборотных средств. Также есть ряд работ [1, 9], в которых вместо капитала необходимым фактором рассматриваются инвестиции в производство. Увеличение факторов за пределы стандартного перечня обуславливается невозможностью описать результат деятельности компании только капиталом и трудом, а также зачастую неполнотой статистических данных для определения параметров выбранного класса моделей. Всё это стимулирует расширение понятия производственной функции и производных от неё моделей при прикладном моделировании, введение новых факторов, которые могут иметь даже не прямое, а косвенное воздействие на результирую-

щий показатель, но эти факторы имеют полный статистический учет и помогают существенно уточнить описание исследуемого объекта [7].

При построении функций спроса также есть множество факторов, влияющих на спрос, но не поддающихся учету в силу различных причин: влияние конкурентов, невозможность выделить отдельно отдачу конкретного рекламного воздействия, наличие иных латентных факторов. Все это заставляет для объяснения спроса расширять набор объясняющих факторов с целью выявления корректной аналитической зависимости.

В работах [10, 11] был произведён анализ возможности модификации классической производственной функции в функцию сбыта, результирующим показателем которой выступал уровень сбыта производственного предприятия, а влияющими факторами – труд и рекламные расходы. Традиционно присущий производственным функциям фактор капитала в предлагаемой функции сбыта был заменён на фактор рекламы, исходя из специфики результирующего показателя.

В настоящей работе предлагается проанализировать функцию сбыта как синтез функции спроса и производственной функции, здесь в качестве объясняющих факторов рассматриваются рекламные расходы, труд и капитал. Производится практическое построение функций сбыта на основании статистических данных компаний-ритейлеров. Цель данной работы – проанализировать возможность использования моделей данного вида для описания деятельности компании, а также оценить влияние каждого из перечисленных факторов на сбыт.

#### *Функция сбыта*

Практически все современные компании в условиях рыночной экономики отводят серьезную роль рекламным расходам, как фактору, стимулирующему заинтересованность потребителей в продукции данного предприятия, следовательно, стимулирующему увеличение объема проданной продукции и товаров. Рекламные расходы позволяют существенно уточнить математическую зависимость и построить ста-

тистически надежную модель сбыта. При этом возможности предприятия определяются производственными факторами, так что сбыт не может зависеть только от рекламных воздействий. К традиционным производственным факторам относят труд и капитал.

Функции вида

$$R = F(K, L, A), \quad (1)$$

где  $R$  – уровень сбыта;

$A$  – рекламные расходы;

$K$  – капитал;

$L$  – труд, будем называть функциями сбыта.

Наиболее распространенным способом построения ПФ является параметрический метод: оценка искомой функции происходит в некотором заранее выбранном классе, который определяется исходя из эмпирических свойств целевого объекта с точностью до значений параметров. Для выбора параметрического представления функции сбыта будем придерживаться логики построения ПФ. В этом случае является целесообразным определить аналитические свойства функций сбыта на основе свойств ПФ, позволяющие учесть специфику функций вида (1).

Стандартные требования к ПФ по факторам  $K, L$  заключаются в:

– неотрицательности функции:

$F(K, L, A) \geq 0$ , при любых  $K, L$ . Для рассматриваемой функции сбыт также является величиной неотрицательной;

– монотонном возрастании по каждому из факторов:  $\frac{\partial F(K, L, A)}{\partial K} > 0$ ,  $\frac{\partial F(K, L, A)}{\partial L} > 0$ . Означает, что при увеличении использования ресурса сбыт возрастает;

– вогнутости производственной функции (необходимо, чтобы

$$\frac{\partial^2 F(K, L, A)}{\partial K^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 F(K, L, A)}{\partial L^2} < 0).$$

Это свойство означает уменьшение предельной отдачи ресурсов (труда, капитала) при увеличении их задействованного объема;

– существенности факторов:

$F(0, L, A) = F(K, 0, A) = 0$ . При отсутствии капитала или труда выпуск, а также продажа продукции невозможны.

Если брать в рассмотрение фактор рекламы, то, с точки зрения аналитических свойств ПФ, очевидно, первое свойство  $F(K, L, A) \geq 0$  имеет место при любых  $A$ .

Что касается остальных свойств, то они выполняются не всегда. В некоторых работах [6]

рассматриваются случаи, когда отдача от объема вложений в рекламу на некотором промежутке времени не удовлетворяет свойствам монотонности и вогнутости для определенного вида рекламных воздействий: проводится масштабированная реклама на относительно небольшом промежутке времени без изменения формы рекламы за счет большого количества воздействий (показов).

Будем предполагать, что в нашем случае рекламная стратегия подразумевает при увеличении вложений в рекламу увеличение охвата аудитории, увеличение количества медиаканалов, реклама со временем «не надоедает», происходит периодическое изменение качества рекламных воздействий и т.д. Эти предположения обеспечивают свойства монотонного возрастания функции сбыта по фактору рекламы

$$\frac{\partial F(K, L, A)}{\partial A} > 0 \text{ и, при больших объемах инве-}$$

стиций в рекламу качество данного фактора может быть соотнесено с ресурсным фактором, следовательно, свойство вогнутости ФС по объему рекламных инвестиций становится

$$\text{справедливым } \left( \frac{\partial^2 F(K, L, A)}{\partial A^2} < 0 \right).$$

Последнее из свойств (существенность рекламных воздействий) не является обязательным, так как продажа продукции может выполняться и в отсутствие рекламы. Однако в современных экономических условиях компании рассматривают расходы на рекламу как необходимый фактор для сбыта: это либо создание положительного «бренда» для социума, либо усиление своих позиций на рынке перед другими конкурентами с целью не только удержания, но и увеличения количества потребителей. Таким образом, в параметрическом представлении ФС фактор рекламных воздействий может быть представлен как существенный, что не будет противоречить практически сложившейся ситуации на рынке.

При построении ФС эконометрическими методами скорее всего нужно будет использовать временную выборку. Таким образом, если аналитический вид функции выбран верно, то следует ожидать, что  $R(t) = F(K(t), L(t), A(t))$ , где  $t$  – параметр времени. Однако, использование фактора рекламы значительно усложняет ФС, потому что реклама, как и любые другие виды инвестиций, имеет эффект запаздывания, что приводит в общем случае к следующему виду:

$$R(t) = F(K(t), L(t), A(t), A(t-1), \dots, A(t-k)), \quad (2)$$

где  $k$  – максимальное запаздывание по рекламному воздействию. Естественно, при построении в каждом случае следует анализировать количество временных лагов: на сколько

шагов реклама имеет эффект. Всё это усложняет практическое построение ФС.

*Вычислительные эксперименты*

Для проверки предложенной модели на статистических данных были выбраны два крупных ритейлера: ОАО «Магнит» и ООО «О'КЕЙ» – розничные сети, специализирующиеся на реализации продовольственных товаров.

Первоначальные данные были агрегированы по временным периодам в полгода (в силу именно такого их представления в официальной статистике [13, 14]) и взяты для ОАО «Магнит» за период с 2005 г. по первую половину 2014 г., а для ООО «О'КЕЙ» за период с 2009 г. по первую половину 2015 г.

Для исследования в качестве результирующего фактора (сбыта) были приняты показатели выручки компаний. Факторы капитала и рекламы анализируются также в их денежном представлении как остаточная стоимость основных средств и расходы на рекламу.

Выбор в качестве значений фактора труда денежных показателей, а не количества персонала, обуславливается тем, что количество персонала не в полной мере отражает добавленную трудом стоимость. Стоимость реализованной продукции определяется стоимостью затраченных ресурсов, ресурс труда оценива-

ется заработной платой и соответствующими расходами на персонал. В российской экономике существует очень сильный градиент в заработной плате, поэтому связь между количеством персонала и фондом заработной платы (ФЗП) не является линейной. Для адекватного измерения фактора труда следует либо разделять персонал на категории и работать с каждой категорией отдельно, либо перейти к интегральной характеристике ФЗП.

На первоначальном этапе построения моделей на статистических данных был проведён корреляционный анализ выручки с объясняющими факторами: оценивались коэффициенты корреляции текущей выручки (в момент  $t$ ) с факторами при различных лагах (в моменты  $t - \tau$ ). Анализ коэффициентов корреляции с временными лагами по факторам объясняется тем, что некоторые факторы могут иметь запаздывающее воздействие на выручку (например, реклама, как уже отмечалось выше), а некоторые могут изменяться вслед за изменением выручки. Таким образом, были проанализированы случаи с возможной задержкой или опережением воздействия факторов на выручку. В таблице 1 приведены наиболее значимые результаты.

Таблица 1

**Коэффициенты корреляции выручки  $R(t)$  с факторами при различных временных лагах  $\tau$  для ОАО «Магнит» и ООО «О'КЕЙ»**

Фактор	$\tau = -1$	$\tau = 0$	$\tau = 1$
ОАО «Магнит»			
Основные средства ( $K(t - \tau)$ )	0,9886	0,9961	0,9953
Зарплата ( $L(t - \tau)$ )	0,9932	0,9976	0,9857
Рекламные расходы ( $A(t - \tau)$ )	0,8776	0,8794	0,9326
ООО «О'КЕЙ»			
Основные средства ( $K(t - \tau)$ )	0,9233	0,8986	0,8437
Зарплата ( $L(t - \tau)$ )	0,9777	0,9818	0,9835
Рекламные расходы ( $A(t - \tau)$ )	0,7871	0,8784	0,7880

Результаты проведённого анализа показывают, что для ОАО «Магнит» наивысшие коэффициенты корреляции наблюдаются без каких-либо задержек или опережений у сбыта с основными средствами и зарплатой, т.е. факторы труда и капитала воздействуют на выручку в том же периоде времени. Аналогичная ситуация наблюдается с рекламой ООО «О'КЕЙ», что говорит о мгновенном (в течение взятого периода, т.е. полугодия) изменении выручки по итогам осуществлённых расходов на рекламу и маркетинг.

Выручка реагирует с запаздыванием на рекламу для ОАО «Магнит» (лаг в 1 период, т.е. полгода), а также на расходы на персонал для ООО «О'КЕЙ». Это свидетельствует о том, что

целевая аудитория ОАО «Магнит» после осуществлённых рекламных расходов в наибольшей степени увеличивает спрос продукции ритейлера в последующем полугодии. Для ООО «О'КЕЙ» такая ситуация с затратами на труд говорит о том, что произведённые сегодня расходы на персонал повлияют на выручку в наибольшей степени также только в следующем полугодии.

С лагом  $\tau = -1$  в наибольшей степени тесно взаимодействуют основные средства и сбыт ООО «О'КЕЙ». Это может говорить о том, что полученная фирмой выручка влияет на величину основных средств в будущем.

Уровни значимости для перечисленных коэффициентов корреляции принимают значения

от 0,15% и ниже, что свидетельствует о существенности рассмотренных связей.

Для оценки изолированного воздействия факторов труда, капитала и рекламы на выручку были построены однофакторные модели, основываясь на проведённом анализе коэффициентов корреляции и временных лагов.

Для построения моделей каждый из рассматриваемых факторов был приведён к индексному виду следующим образом:

$$R_i^* = \frac{R_i}{R_0}, \quad K_i^* = \frac{K_i}{K_0}, \quad L_i^* = \frac{L_i}{L_0}, \quad A_i^* = \frac{A_i}{A_0}, \quad i = \overline{1, t}, \quad (3)$$

где  $t$  - количество рассматриваемых периодов, а нулевым периодом был принят последний период из выборки (1-е полугодие 2014 г. для ЗАО «Магнит» и 1-е полугодие 2015 г. для ООО «О'КЕЙ»).

В таблице 2 приведены оценки параметров однофакторных моделей, значимость всех полученных результатов находится на высоком уровне и составляет менее 0,01% (уровень доверия модели более 99,9%). Все модели выбраны в степенной форме.

Таблица 2

**Оценка однофакторных моделей сбыта для ОАО «Магнит» и ООО «О'КЕЙ» на основе индексных данных**

вид модели	$\alpha$		$\beta$		детерминация
	оценка	стандартная ошибка	оценка	стандартная ошибка	
ОАО «Магнит»					
$R(t) = c K^\beta(t)$	0,9563	0,0184	0,8851	0,0352	0,9873
$R(t) = c L^\beta(t)$	0,9867	0,0078	0,8324	0,0126	0,9979
$R(t) = c A^\beta(t-1)$	1,4592	0,1776	0,6261	0,0911	0,8587
ООО «О'КЕЙ»					
$R(t) = c K^\beta(t+1)$	1,0716	0,0481	0,7661	0,0945	0,8823
$R(t) = c L^\beta(t-1)$	1,0458	0,0225	0,6941	0,0437	0,9684
$R(t) = c A^\beta(t)$	0,8901	0,0265	0,4167	0,0471	0,8851

Полученные результаты указывают на существенный вклад факторов труда, капитала и рекламы на сбыт с учётом установленных лагов. Для ОАО «Магнит» степень влияния труда и капитала на выручку оказалась более 83%, рекламы – порядка 63%. Для ООО «О'КЕЙ» данные показатели составили более 76% по капиталу, порядка 70% по труду и около 42% по рекламе.

Таким образом, каждый из факторов по отдельности достаточно существенно влияет на размер выручки. Основной вопрос же состоит в том, какие факторы наиболее сильно влияют на сбыт при их совокупном рассмотрении.

Для оценки совместного влияния факторов на уровень продаж для начала проанализируем двухфакторные модели сбыта.

При построении двухфакторных моделей для обоих ритейлеров были использованные данные о влияющих факторах с учётом различных лагов, чтобы таким образом выбрать наиболее качественные модели. Из полученных функций были отобраны те, которые демонстрировали более высокие уровни значимости коэффициентов при факторах (табл. 3).

Полученные результаты демонстрируют достаточно невысокие коэффициенты при капитале, если в качестве факторов рассматривают капитал и труд: в пределах 0,05–0,06,

кроме того, данные коэффициенты достаточно незначимы (уровни значимости 57% и 51,2% для ОАО «Магнит» и ООО «О'КЕЙ» соответственно), что свидетельствует о незначительности и незначимости влияния основных средств на размер выручки на фоне второго рассмотренного фактора – труда. Заработная плата и расходы на персонал на фоне капитала показывает внушительное воздействие на сбыт: коэффициенты при труде получены на уровне 0,79 и 0,70 для ОАО «Магнит» и ООО «О'КЕЙ» соответственно при отличных уровнях значимости (менее 0,01%). Полученные результаты для моделей вида  $R(t) = K^b(t)L^c(t)$  говорят о том, что для обеих торговых компаний показатель основных средств, т.е. капитал, «гаснет» на фоне фактора труда при оценке их совместного влияния на результат, и становится вовсе не существенным.

Вторая рассмотренная двухфакторная модель  $R = A^b K^c$  демонстрирует значительное воздействие капитала на уровень сбыта для ОАО «Магнит» (значение коэффициента 0,84 при уровне значимости менее 0,01%) и невысокий вклад рекламы (значение коэффициента 0,05 при уровне значимости 3,6%). Вклад капитала в выручку ООО «О'КЕЙ» ниже, чем у первой компании (значение коэффициента 0,35

при уровне значимости 0,08%), однако показатель рекламы демонстрирует уверенное влияние на результирующий показатель: коэффициент

при рекламе 0,26 при уровне значимости 0,14%.

**Таблица 3**  
**Оценка двухфакторных моделей сбыта для ОАО «Магнит» и ООО «О'КЕЙ» на основе индексных данных**

Вид модели	b			c			детерминация
	оценка	станд. ошибка	уров. знач.	оценка	станд. ошибка	уров. знач.	
<b>ОАО «Магнит»</b>							
$R(t) = K^b(t)L^c(t)$	0,0587	0,1010	57,0%	0,7924	0,0912	0,01%	0,9973
$R(t) = A^b(t-1)K^c(t)$	0,0474	0,0204	3,6%	0,8430	0,0510	0,01%	0,9880
$R(t) = L^b(t)A^c(t-1)$	0,8145	0,0205	0,01%	0,0161	0,0093	10,7%	0,9977
<b>ООО «О'КЕЙ»</b>							
$R(t) = K^b(t)L^c(t)$	0,0494	0,0729	51,2%	0,7037	0,0887	0,01%	0,9659
$R(t) = A^b(t)K^c(t)$	0,2615	0,0616	0,14%	0,3517	0,0767	0,08%	0,9085
$R(t) = L^b(t)A^c(t)$	0,5980	0,0472	0,01%	0,1288	0,0327	0,23%	0,9847

Модель с факторами рекламы и труда  $R = L^b A^c$  для обоих ритейлеров также как и первый двухфакторный случай, показывает уверенное влияние труда на размер выручки: коэффициенты при труде для компаний «Магнит» и «О'КЕЙ» получены на уровнях 0,81 и 0,60 соответственно (уровни значимости менее 0,01%). Реклама же в модели сбыта «Магнита» показывает слабый результат: коэффициент 0,016 при уровне значимости 10,7%. Однако для компании «О'КЕЙ» влияние рекламы оказалось достаточно существенным: коэффициент 0,13 при его значимости порядка 0,2%.

Результаты оценки полученных моделей свидетельствуют о том, что для рассматриваемых торговых компаний показатель капитала в модели с трудом оказывается незначим.

Построение трёхфакторной модели сбыта вида  $R = F(K, L, A)$  поможет определить влияние каждого из трёх факторов на выручку на фоне остальных.

Для построения трёхфакторной модели сбыта брались за основу параметрические модели широко используемые при анализе ПФ: функция Викселля (4), функция Солоу (5), а также логарифмическая функция (6) [4]:

При практическом построении функций сбыта модели (5), (6) не дали качественного статистически надежного результата, в отличие от модели (4). Ненадежная оценка параметров в моделях (5), (6) может быть из-за ограниченности наблюдений: 17 наблюдений для ОАО «Магнит» (учитывая лаг  $\tau = 1$  по рекламе) и 13 – для ООО «О'КЕЙ». Для получения достоверной модели имеет смысл выбирать модель так, чтобы число наблюдений в несколько раз превышало число параметров. Наиболее высокое отношение количества наблюдений к количеству параметров имеет модель Викселля (4). К тому же, описание результатов построения

$$F(x) = a \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i}, \quad a, \alpha_i > 0, \quad (4)$$

$$F(x) = a \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i^{\beta_i} \right)^\gamma, \quad a, \alpha_i > 0, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \quad \beta_i \neq 0, \quad \gamma \neq 0, \quad (5)$$

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln(1 + \beta_i x_i), \quad \alpha_i, \beta_i > 0. \quad (6)$$

данной модели в рамках данного исследования представляется наиболее удобным.

Приняв модель (4) за основу построения наших функций сбыта, было получено представление:

$$R = K^k L^l A^a. \quad (7)$$

Ниже в таблице 4 приводится результат построения соответствующих моделей для двух компаний.

Результаты анализа функций сбыта демонстрируют незначимость коэффициента при капитале для обоих ритейлеров, причём сами коэффициенты оказываются достаточно низкими (всего 0,09 для ОАО «Магнит» и 0,05 для ООО

«О'КЕЙ»). Наиболее существенные значения коэффициентов оказались при труде (0,73 и 0,53 для ОАО «Магнит» и ООО «О'КЕЙ» соответственно) при очень хороших уровнях значимости. Коэффициент при рекламе показал относительно высокий результат у ООО «О'КЕЙ»: 0,13 при уровне значимости 0,23%. Для ОАО

«Магнит» этот коэффициент оказался слабее и менее качественным: 0,02 при значимости 8,58%. Тем не менее, вклад рекламных затрат в увеличение выручки оказался существеннее, чем влияние основных средств.

Таблица 4

**Оценка трёхфакторных моделей сбыта для ОАО «Магнит» и ООО «О'КЕЙ» на основе индексных данных**

вид модели		$R(t) = K^k(t)L^l(t)A^a(t-1)$ (для ОАО «Магнит»)	$R(t) = K^k(t)L^l(t)A^a(t)$ (для ООО «О'КЕЙ»)
k	оценка	0,0917	0,0564
	стандартная ошибка	0,0952	0,0480
	уровень значимости	35,3%	26,7%
l	оценка	0,7291	0,5335
	стандартная ошибка	0,0910	0,0717
	уровень значимости	0,01%	0,01%
a	оценка	0,0177	0,1305
	стандартная ошибка	0,0095	0,0322
	уровень значимости	8,58%	0,23%
детерминация		0,998	0,987

Таким образом, результаты построения свидетельствуют об одинаково незначимом показателе капитала в совокупном рассмотрении трёх факторов при построении модели сбыта для данных торговых компаний. Такой результат может объясняться не столь активным использованием капитала компаниями-ритейлерами по сравнению с производственными компаниями, а также не всегда достоверной оценкой стоимости основных фондов. Как показал анализ, для ритейлеров большее значение в увеличении выручки всё же имеет работа персонала, а также разрекламированность сети.

Соотношение влияния двух других факторов – труда и рекламы – у рассматриваемых ритейлеров несколько различно: у ОАО «Магнит» сильнее, чем у ООО «О'КЕЙ», выражено влияние труда на сбыт. ООО «О'КЕЙ» же демонстрирует более существенное влияние рекламы на выручку. Данное различие может объясняться особенностями проводимых маркетинговых и кадровых политик: ООО «О'КЕЙ» активнее вкладывается в маркетинг и рекламу или же делает это более качественно, чем ОАО «Магнит», что и объясняет более высокий и значимый коэффициент при рекламе.

$$R = K^{k+bp} * L^{l+cp} A^{a+dp}, \quad p = \begin{cases} 0, & \text{для ОАО "Магнит"}, \\ 1, & \text{для ООО "ОКЕЙ"}; \end{cases} \quad (8)$$

где  $p$  – фиктивная переменная.

Для анализа объединённой выборки на основе модели (8) строились модели со всеми возможными комбинациями ввода и исключения фиктивных переменных при объясняющих факторах. Таким образом, было построено 8

Поскольку для практического построения ФС были использованы статистические данные компаний, работающих в одной сфере и имеющих идентичную специфику деятельности, дальнейшей задачей стало выявление общих закономерностей функционирования предприятий данного типа, для чего было произведено объединение двух выборок статистических данных и построение на их основе единой модели.

При сведении данных двух компаний в один массив для достижения однородности данных также было применено их индексирование. Данные индексировались для каждой компании так же, как и в (3), базовым периодом было выбрано первое полугодие 2009 г.

Несмотря на то, что после объединения выборок полученный массив стал иметь 30 наблюдений, введение фиктивной переменной при каждом влияющем факторе увеличило количество коэффициентов, из-за чего наиболее подходящей функцией для построения всё так же осталась функция (4), поэтому трёхфакторная модель на объединённой выборке была построена на её основе:

моделей, начиная с модели (8), где использовались фиктивные переменные при каждом факторе, заканчивая моделью вида (7) без фиктивных переменных.

В результате были получены модели с высоким коэффициентом детерминации – более

0,99 для всех восьми случаев. По итогам построения всех вариантов моделей на объединённых выборках основной вывод сводится к тому, что фактор капитала, как и в ранее рассмотренном случае, оказывается незначим, и значения коэффициентов при капитале достаточно низкие:  $k$  варьируется от -0,06 до 0,18,  $b$  изменяется от -0,20 до 0,01. Коэффициент  $k$  оказался значимым лишь в одной модели из восьми; коэффициент  $b$  при фиктивной переменной  $p$  значим в одной модели из четырёх, где он использовался, что указывает на несущественность различий в степени воздействия величины основных средств на получаемую выручку между компаниями.

Коэффициенты при факторе труда подтверждают высокую степень влияния данного фактора на выручку: коэффициент  $l$  значим во всех восьми рассмотренных моделях и принимает значения от 0,79 до 0,91. Однако коэффициент  $s$  при фиктивной переменной значим лишь в одном случае из четырёх, что говорит о несущественности различий между компаниями во влиянии заработной платы на величину выручки.

Анализ коэффициентов при факторе рекламы в моделях без использования фиктивной переменной показал уровень значимости коэффициента  $a$  на уровне 4,3% и ниже, где  $a$  принимает значения от 0,0724 до 0,0819. В моделях с фиктивной переменной коэффициент  $a$  становится незначим, в то время как  $d$  значим в трёх случаях из четырёх (на уровне 0,13% и ниже) при значениях от 0,1928 до 0,2194. Для ООО «ОКЕЙ» влияние рекламных расходов на уровень выручки в моделях с фиктивной переменной принимает вид  $A^{a+dp}$ , для ОАО «Магнит» –  $A^a$ . Следовательно, реклама в моделях с фиктивной переменной становится незначима для ОАО «Магнит», а для ООО «ОКЕЙ» она значима на уровне не выше значимости коэффициента  $d$ . Проанализированные модели подтвердили сделанные на прошлом шаге выводы

о различной специфике использования рекламы данными ритейлерами, а также о существенности вклада рекламных расходов в размер получаемой компаниями выручки.

Поскольку фактор капитала на фоне труда и рекламы демонстрирует слабое влияние на величину выручки, для упрощения модели логично было бы вовсе исключить его и рассматривать только влияние труда и рекламы на выручку компаний. Однако, капитал, пусть достаточно слабо, но всё же влияет на сбыт, и не хотелось бы лишаться дополнительной объясняющей переменной. Чтобы, с одной стороны, упростить модель, а с другой – учесть вклад фактора капитала, был рассмотрен вариант выражения данной переменной через другие. Корреляционный анализ капитала с трудом и рекламой показал достаточно тесную линейную зависимость капитала и труда (коэффициент корреляции 0,9779) и менее тесную с рекламными расходами (0,6626). Была построена модель  $K = L^\alpha$ , которая на объединённых выборках двух ритейлеров приняла вид  $K(t) = L^{0,88402}(t)$  (уровень значимости коэффициента  $\alpha$  – менее 0,01%, коэффициент детерминации для модели – 0,94).

Заменяя в трёхфакторных моделях для объединённых выборок капитал данным представлением, далее анализировались две модели:

$$R(t) = L^{0,88402+l}(t)A^{a+dp}(t), \quad (9)$$

$$R(t) = L^{0,88402+l}(t)A^a(t). \quad (10)$$

Использование фиктивной переменной при факторе труда в данных случаях не рассматривалось, поскольку предыдущий анализ показал незначимость различий в воздействии труда на выручку между ритейлерами. Основное внимание было уделено анализу рекламных расходов в изменённой модели:

Таблица 5

Оценка моделей сбыта для ОАО «Магнит» и ООО «ОКЕЙ», построенных на объединённой выборке на основе индексных данных

вид модели		$R = L^{0,88402+l} A^{a+dp}$	$R = L^{0,88402+l} A^a$
$l$	оценка	-0,0652	-0,1114
	стандартная ошибка	0,0353	0,0235
	уровень значимости	7,6%	0,01%
$a$	оценка	0,0390	0,0886
	стандартная ошибка	0,0353	0,0204
	уровень значимости	27,9%	0,02%
$d$	оценка	0,0334	
	стандартная ошибка	0,0200	
	уровень значимости	10,6%	
детерминация		0,991	0,990

Как следует из полученных результатов, модель (9) с использованием фиктивной переменной при рекламе показывает не достаточно удовлетворительные уровни значимости всех трёх коэффициентов модели (от 7,6% и выше), что говорит о несущественности различий в использовании рекламных расходов компаниями при построении модели данного вида, а также о недостаточно качественно приближенных значениях коэффициентов  $I$  и  $a$ . Вторая модель (10) без фиктивной переменной демонстрирует высокую значимость коэффициентов  $I$  и  $a$  (уровни значимости 0,01% и 0,02% соответственно) при коэффициенте детерминации модели 0,99. Таким образом, модель (10) представляется более качественной с точки зрения приближения значений коэффициентов. Подставляя в модели (9) и (10) полученные коэффициенты, получаем, соответственно:

$$R = L^{0,818817} * A^{0,038975 + 0,033402 * p}, \quad (11)$$

$$R = L^{0,772661} * A^{0,088606}. \quad (12)$$

Модель (11) оценивает эластичность выручки по труду и капиталу на уровне 81,88%. Рекламные расходы, согласно данной модели, на 3,89% определяют сбыт ОАО «Магнит» и на 7,24% - ООО «ОКЕЙ».

Модель (12) определяет совокупное воздействие труда и капитала на выручку, получаемую ритейлерами, в размере 77,26%. Реклама определяет 8,86% вырученных средств от продажи товаров, то есть является достаточно весомым показателем, влияющим на величину выручки компаний.

Таким образом, полученные представления (11) и (12) способны с разных сторон характеризовать деятельность компаний в сфере потребительского ритейла: модель (12) описывает сбытовую деятельность торговых компаний в общем, усредняя воздействие рекламных расходов на получаемую компаниями выручку, иллюстрируя таким образом функционирование данной сферы в целом на примерах исследуемых фирм. Модель (11) же очерчивает различия в рекламных расходах ОАО «Магнит» и ООО «ОКЕЙ» и специфику проводимых ими рекламных политик с точки зрения увеличения выручки.

#### *Заключение*

Вычислительные эксперименты на статистиках торговых компаний ОАО «Магнит» и ООО «ОКЕЙ» показывают, что при описании ФС одновременное включение рекламных расходов и производственных факторов является обоснованным. Это позволяет утверждать, что рекламные расходы и производственные факторы могут помочь в построении адекватной ФС.

Для параметрического представления зависимости сбыта от рекламы и производственных

факторов можно на начальном этапе использовать аппарат производственных функций, который на данный момент является более разработанным.

Представляет интерес тот факт, что при построении трёхфакторной модели на объединённых статистических выборках двух ритейлеров результаты анализа модели демонстрируют незначимость различий в использовании организациями факторов труда и капитала. Это объясняется схожестью рассматриваемых объектов исследования. Компании относятся к одной отрасли экономики, и вероятно имеют близкую систему организации в части использования факторов.

#### **Литература**

1. Бессонов В. А., Воскобойников И. Б. Динамика основных фондов и инвестиций в российской переходной экономике [Текст] / Бессонов В. А., Воскобойников И. Б. - М.: ИЭПП, 2006. Научные труды, № 97.
2. Бессонов В. А., Цухло С. В.. Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике [Текст] / В.А. Бессонов, С. В. Цухло // Анализ динамики российской переходной экономики. М.: Институт экономики переходного периода, 2002. - С.5 – 89.
3. Горбунов В. К., Львов А. Г. Построение производственных функций по данным об инвестициях [Текст] / В. К. Горбунов, А. Г. Львов // Экономика и математические методы. - 2012. - Т. 48, № 2. - С. 95–107.
4. Горбунов В. К. Производственные функции: теория и построение: учебное пособие [Текст] / В. К. Горбунов. – Ульяновск: УлГУ. - 2013. – 84 с.
5. Клейнер Г. Б. Производственные функции: теория, методы, применение [Текст] / Г. Б. Клейнер. - М.: Финансы и статистика, 1986. - 239 с.
6. Лутошкин И. В. Моделирование отдачи от частоты рекламных воздействий [Текст] / И. В. Лутошкин // Прикладная эконометрика. - 2010. - №3 (19). - С. 101-111
7. Лутошкин И. В. Построение производственных функций с использованием рекламы [Текст] / И. В. Лутошкин // Труды 4-й всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Региональная инновационная экономика: сущность, элементы, проблемы формирования». – Ульяновск. - 2013. - С. 160-162.
8. Лутошкин И. В., Мартыненко Е. В., Сравнение продаж продукции различных видов в зависимости от рекламных воздействий [Текст] / И. В. Лутошкин, Е. В. Мартыненко // Известия высших учебных заведений. Серия: экономика, финансы и управление

- производством. – 2015. - № 3 (25). - С. 113-121.
9. Сюань Я. Факторы и стратегии развития малого промышленного бизнеса (на примере России и Китая), 2007. Автореферат диссертации на соискание учёной степени канд. экон. наук: 08.00.05.
  10. Чекмарева А. Н. Прогнозирование уровня сбыта ОАО «УАЗ» [Текст] / А. Н. Чекмарева // Труды 4-й всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Региональная инновационная экономика: сущность, элементы, проблемы формирования». – Ульяновск. – 2013. - С. 170-171.
  11. Чекмарева А. Н. Модель сбыта предприятия как инструмент финансового прогнозирования [Текст] / А. Н. Чекмарева // Молодежный научный форум: сборник тезисов международной, всероссийских и региональных конференций. – Оренбург: изд-во ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный институт менеджмента». – 2014. - С. 143-145.
  12. Hackman S. T. Production Economics: Integrating the Microeconomic and Engineering Perspectives [Текст] / S. T. Hackman. - Berlin: Springer, 2008. 520 p.
  13. Отчёты ОАО «Магнит» (2005-2014). [Электронный ресурс]. URL: <http://magnit-info.ru/investors/finance/index.php> (дата обращения 13.05.2015)
  14. Отчёты ООО «ОКЕЙ» (2009-2015). [Электронный ресурс]. URL: <http://okeyinvestors.ru/results/financial/> (дата обращения 14.05.2015)