Раздел 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

УДК 338.27

ГИБРИДНЫЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ БИВЕС-ОЦЕНОК

Васильев Александр Анатольевич (vasiljev-tvgu@yandex.ru)
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

В статье предложено использовать для объединения прогнозов частных моделей прогнозирования бивес-оценки вместо среднего арифметического значения. Приведены показатели точности прогноза экономических показателей с использованием гибридных моделей на основе бивес-оценок.

Ключевые слова: бивес-оценка, весовая функция Хьюбера, весовая функция Эндрюса, взвешенное арифметическое среднее, гибридная модель, объединение прогнозов, одношаговая оценка, простое арифметическое среднее, точность прогноза.

В условиях неустойчивости внешней среды организации прогнозирование какого-либо экономического показателя на основе одной модели на всем рассматриваемом временном интервале затруднено из-за невозможности построения модели, адекватно отражающей сложный характер динамики показателя на этом интервале [1, с. 111, 129]. Кроме того, проблема выбора конкретной индивидуальной модели прогнозирования зачастую усложняется из-за небольшой длины временных рядов экономических показателей и наличия в них аномальных наблюдений [1, с. 110]. Поэтому к одному из перспективных направлений совершенствования методов прогнозирования экономических показателей относится использование гибридных моделей прогнозирования [1, с. 129; 2, с. 17], которые объединяют прогнозы индивидуальных (частных) моделей прогнозирования.

К одной из основных проблем применения гибридных моделей прогнозирования относится выбор метода объединения прогнозов [1, с. 130, 132; 2, с. 19]. В настоящее время в практике прогнозирования экономических показателей наиболее часто используются методы объединения прогнозов, основанные на их простом или взвешенном усреднении.

Впервые обоснование метода выбора весов при взвешенном усреднении индивидуальных прогнозов, оптимальных по критерию минимума дисперсии ошибки комбинированного прогноза, было приведено в работе Дж. Бейтса и К. Гренжера в 1969 г. [3]. Выражения для вычисления оптимальных весов частных прогнозов в данной работе были получены в предположениях, что индивидуальные прогнозы не содержат систематической ошибки, а дисперсии их ошибок не изменяются во времени. Однако на начальных этапах объединения прогнозов оптимальные веса не могут быть получены, так как не известны ни дисперсии ошибок индивидуальных прогнозов, ни коэффициенты корреляции между ошибками [2, с. 24]. Кроме того, в случае короткого временного ряда значений прогнозируемого показателя, корреляционная матрица ошибок частных прогнозов является неустойчивой (чувствительной к аномальным значениям временного ряда), что может существенно ухудшить точность комбинированного прогноза [4, с. 57]. Поэтому в случае малого периода основания прогноза (короткого временного ряда) рекомендуется использовать метод объединения прогнозов, основанный на их простом усреднении [4, с. 57; 5, с. 846].

Результаты исследований точности комбинированного прогноза при объединении прогнозов на основе простого среднего арифметического показали, что простое среднее арифметическое чувствительно к аномальным прогнозам [6]. Поэтому в ряде исследований предлагается для объединения прогнозов использовать усеченное среднее значение с целью отсеивания аномальных прогнозов [7; 8], которое относится к классу робастных статистических оценок.

Объектом данного исследования является методы объединения индивидуальных прогнозов на основе других робастных статистических оценок, а именно на основе одношаговой бивес-оценки Тьюки и производных от нее бивес-оценок с весовыми функциями Хьюбера и Эндрюса. Предмет исследования – показатели точности прогноза временных рядов экономических показателей с использованием данных моделей. Цель исследования заключается в сравнении показателей точности прогноза коротких временных рядов экономических показателей с использованием гибридных моделей прогнозирования на основе бивес-оценок с показателями точности индивидуальных моделей прогнозирования, а также с показателями точности гибридных моделей на основе других параметрических и робастных статистических оценок.

Бивес-оценка (бивес – сокращение выражения “биквадратный вес”; или W-оценка), предложенная в 1970 г. американским статистиком Джоном Уайлдером Тьюки (1915-2000) для оценивания параметра положения θ, определяется выражением [9, с. 93]

$$\theta = \sum_{i=1}^{n} w(u_i)x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} w(u_i), \qquad (1)$$

где n - объем выборки данных;

x_i, $i = 1, \ldots, n$, - i-е значение выборки;

$w(u_i) = \begin{cases} (1 - u_i^2)^2 & \text{при } |u_i| \le 1, \\ 0 & \text{при } |u_i| > 1, \end{cases}$ - весовая функция;

$u_i = (x_i - \theta)/cS$;

c - константа;

S - оценка среднего квадратического отклонения.

Вычисление бивес-оценки носит итерационный характер, так как нельзя вычислить θ, не зная весов $w(u_i)$, и нельзя вычислить веса $w(u_i)$, не зная θ [10, с. 205]. Итерационный алгоритм заключается в вычислении величины

$$\theta_{j+1} = \sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{x_i - \theta_j}{cS}\right)x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{x_i - \theta_j}{cS}\right) \qquad (2)$$

(j, $j = 0, 1, \ldots$, - номер итерации) до тех пор, пока не будет достигнута требуемая сходимость величин θ_j [11, с. 150]. При этом в качестве начального значения θ_0 используется медиана выборки данных [11, с. 150].

Простота вычислений обусловила широкую применимость одношаговых W-оценок [11, с. 150] вида

$$\theta_1 = \sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{x_i - \theta_0}{cS}\right)x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{x_i - \theta_0}{cS}\right). \qquad (3)$$

В качестве оценки среднего квадратического отклонения S рекомендуется использовать либо половину интерквартильного (межквартильного) размаха, либо медиану абсолютных отклонений [10, с. 205]. Авторы [11, с. 150] считают, что предпочтительнее использовать медиану абсолютных отклонений.

В общем случае значение константы c рекомендуется выбирать равным 6 или 9 [10, с. 205]. При c=6 при вычислении бивес-оценки не учитываются значения выборки, для которых остатки x_i-θ превышают 4σ (σ - среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности), так как S является оценкой примерно для $(2/3)\sigma$ [10, с. 205]. При $c = 9$ при вычислении бивес-оценки не учитываются значения выборки, для которых остатки x_i-θ превышают 6σ.

При использовании в качестве оценки среднего квадратического отклонения медианы абсолютных отклонений авторы [11, с. 188] рекомендуют выбирать значение с = 1,483. В этом случае одношаговая бивес-оценка (3) имеет вид [11, с. 188]

$$\theta_1 = \sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{x_i - M_e}{1{,}483\, M_{AO}}\right)x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{x_i - M_e}{1{,}483\, M_{AO}}\right), \qquad (4)$$

где $M_e = \mathrm{med}\,(x_i)$ - медиана выборки данных;

$M_{AO} = \mathrm{med}_i\{|x_i - M_e|\}$, $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, - медиана абсолютных отклонений значений элементов выборки от медианы выборки. В этом случае (при $c = 1{,}483$) знаменатель выражения в скобках является высокоробастной состоятельной оценкой среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины [12, с. 458].

К разновидностям одношаговой бивес-оценки относятся одношаговые бивес-оценки с весовыми функциями Хьюбера и Эндрюса. Данные оценки получают из соответствующих одношаговых М-оценок в случае равенства их знаменателя нулю.

В общем случае М-оценка, предложенная П. Хьюбером в 1964 г. в качестве робастной оценки параметра положения, определяется в результате решения неявного уравнения вида $\sum_{i=1}^{n} \psi((x_i - \theta)/S) = 0$ [11, с. 138]. М-оценка Хьюбера параметра положения ε-загрязненной нормально распределенной случайной величины определяется функцией ψ вида [13, с. 71]

$$\psi_b(x) = \begin{cases} \dfrac{x_i - \theta}{S} \text{ при } \left|\dfrac{x_i - \theta}{S}\right| \le b, \\ b \,\mathrm{sign}\left(\dfrac{x_i - \theta}{S}\right) \text{ при } \left|\dfrac{x_i - \theta}{S}\right| > b. \end{cases} \qquad (5)$$

Значения параметра b для конкретных значений ε приведены в [14, с. 92]. Если значение доли аномальных наблюдений ε неизвестно, то рекомендуется выбирать значение b из промежутка $[1, 2]$ [14, с. 27]. Этим значениям параметра b соответствуют значения доли аномальных наблюдений ε в выборке в диапазоне примерно от 0,005 до 0,150.

Другой вид функции ψ предложен в 1972 г. Дж. Эндрюсом. Функция ψ Эндрюса является немонотонной функцией, представляющей собой синусоиду. Она имеет вид [11, с. 185]

$$\psi_{\sin(a)} = \begin{cases} \sin\left(\dfrac{x}{a}\right) \text{ при } -\pi a \le x \le \pi a, \\ 0 \text{ при } |x| > \pi a. \end{cases} \qquad (6)$$

Дж. Эндрюс рекомендовал выбирать значение a, равным 2,1 [15, с. 20]. В [16, с. 58] рекомендуется значение a, равное 1,91.

Вычисление М-оценок производится на основе итерационной процедуры. Один из вариантов итерационного алгоритма на основе метода Ньютона заключается в последовательном вычислении М-оценки по формуле [14, с. 149]

$$\theta_{j+1} = \theta_j + S_0 \frac{\sum_{i=1}^{n} \psi[(x_i - \theta_j)/S_0]}{\sum_{i=1}^{n} \psi'[(x_i - \theta_j)/S_0]}. \qquad (7)$$

Для решения возможных проблем вычисления М-оценок, связанных со сходимостью итерационного алгоритма и с чувствительностью к неверной оценке параметра рассеивания S_0, рекомендуется использовать одношаговые М-оценки с робастными начальными значениями параметров положения и рассеивания [11, 187]. Одношаговые М-оценки, являющиеся результатом первого шага итерационной процедуры вычисления М-оценок, определяются по формуле [11, 139]

$$\theta_1 = \theta_0 + S_0 \frac{\sum_{i=1}^{n} \psi[(x_i - \theta_0)/S_0]}{\sum_{i=1}^{n} \psi'[(x_i - \theta_0)/S_0]}, \qquad (8)$$

где θ_0 и S_0 - начальные оценки параметров положения и рассеивания.

В качестве начальных оценок параметров положения и рассеивания рекомендуется использовать следующие робастные оценки [11, 139]: медиану M_e и нормированную медиану абсолютных отклонений $S_0 = M'_{AO} = 1{,}483\, M_{AO}$ соответственно.

Основная проблема применения одношаговых М-оценок заключается в том, что при некоторых выборках знаменатель, равный $\sum_{i=1}^{n} \psi'((x_i - \theta_0)/S_0)$, может оказаться равным нулю [11, с. 188], что и имеет место при объединении прогнозов на практике [17, с. 45]. Один из методов решения данной проблемы состоит в переходе к одношаговой W-оценке Тьюки с весовой функцией Хьюбера (или Эндрюса) вида $W_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i\, w(u_i) \Big/ \sum_{i=1}^{n} w(u_i)$, где $u_i = [x_i - M_e]/M'_{AO}$, а неотрицательная весовая функция w связана с ψ соотношением $w(u) = \psi(u)/u$ [11, с. 188].

Одношаговая бивес-оценка Тьюки с весовой функцией Хьюбера имеет вид [17, с. 45]:

$$W_1^X = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i\, w\left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right)}{\sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right)}, \qquad (9)$$

где $$w\left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right) = \left| \frac{\psi_b\left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right)}{\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}} \right| = \begin{cases} \left| -b \Big/ \left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right) \right| \text{ при } \frac{x_i - M_e}{M'_{AO}} < -b, \\ 1 \text{ при } \left| \frac{x_i - M_e}{M'_{AO}} \right| \le b, \\ \left| b \Big/ \left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right) \right| \text{ при } \frac{x_i - M_e}{M'_{AO}} > b. \end{cases}$$

Одношаговая бивес-оценка Тьюки с весовой функцией Эндрюса имеет вид [18, с. 270]:

$$W_1^Э = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i\, w\left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right)}{\sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right)}, \qquad (10)$$

$$\text{где } w\left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right) = \left|\frac{\psi_{\sin(a)}\left(\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right)}{\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}}\right| = \begin{cases} \left|\dfrac{\sin\left(\frac{x_i - M_e}{a M'_{AO}}\right)}{\frac{x_i - M_e}{M'_{AO}}}\right| \; при -\pi a \le \dfrac{x_i - M_e}{M'_{AO}} \le \pi a, \\ 0 \; при \left|\dfrac{x_i - M_e}{M'_{AO}}\right| > \pi a. \end{cases}$$

В исследовании базовый набор гибридных моделей формировался с использованием следующих частных моделей прогнозирования на один интервал времени вперед, которые могут применяться на начальных этапах прогнозирования: 1) модель на основе предыдущего значения показателя; 2) модель на основе абсолютного прироста за предыдущий интервал времени; 3) модель на основе коэффициента роста за предыдущий интервал времени; 4) модель на основе простого среднего значения; 5) модель на основе среднего абсолютного прироста; 6) модель на основе среднего коэффициента роста; 7) однопараметрическая модель Брауна на основе экспоненциального среднего нулевого порядка; 8) двухпараметрическая модель Хольта.

Первые шесть моделей относятся к классу упрощенных (“наивных”), 7 и 8 модели – к классу моделей на основе экспоненциальных средних. Данные модели позволяют вычислять прогнозные значения при наличии 1-2 наблюдений.

Более совершенные модели прогнозирования в базовые наборы гибридных моделей на начальных этапах прогнозирования не могут быть включены, так как они предназначены для прогноза протяженных временных рядов. Так, например, для достоверной идентификации регрессионных моделей число наблюдений должно в 6-7 раз превышать число оцениваемых параметров при независимой переменной. Это означает, что, имея меньше 7 наблюдений, идентифицировать парную линейную регрессию невозможно. При идентификации регрессионной зависимости в виде параболы второй степени требуется не менее 14 наблюдений [19, с. 40]. Авторегрессионные модели (в том числе и модель авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего) предназначены для прогнозирования временных рядов, имеющих 50 и более уровней ряда [20, с. 173]. Поэтому при меньшем количестве уровней ряда точность модели Брауна не хуже точности модели ARIMA [20, с. 194]. Для обучения нейронной сети требуется иметь порядка сотен или тысяч наблюдений (очень редко может встретиться задача, где хватило бы менее сотни наблюдений) [21, с. 78].

В данном исследовании в качестве робастных статистических оценок для объединения прогнозов рассматриваются: 1) одношаговые бивес-оценки (3) на основе интерквартильного размаха при c=6 и c=9; 2) одношаговые бивес-оценки (3) на основе медианы абсолютных отклонений при c=1,483; c=6 и c=9; 3) одношаговые бивес-оценки с весовой функцией Хьюбера (9) при ε=0,005-0,80; 4) одношаговые бивес-оценки с весовой функцией Эндрюса (10) при a=1,00-6,00.

Выражения для вычисления комбинированного прогноза при n=8 на один интервал времени вперед на основе одношаговой оценки (3) при использовании в качестве оценки среднего квадратического отклонения S интервартильного размаха при разных значениях c имеют вид:

$$y_{t+1}^{I,c=c_1} = \frac{\sum_{i=1}^{8} w\left(\frac{y_{t+1,i} - M_e}{c_1 \cdot (I/2)}\right) y_{t+1,i}}{\sum_{i=1}^{8} w\left(\frac{y_{t+1,i} - M_e}{c_1 \cdot (I/2)}\right)}, \quad (11)$$

где $y_{t+1}^{I,c=c_1}$ - прогноз показателя y на момент времени (t+1) с использованием гибридной модели на основе одношаговой бивес-оценки при $c = c_1$ (c_1=6; 9);

$y_{t+1,i}$ - прогноз показателя y на момент времени (t+1) на основе i-й индивидуальной модели ($i = 1, \ldots, 8$);

$M_e = med\{y_{t+1,i}\}_{i=1,\ldots,8}$ - медиана множества индивидуальных прогнозов на один интервал времени вперед;

$I = y_{t+1,(n-[n/4])} - y_{t+1,[n/4]}$ - интерквартильный размах множества индивидуальных прогнозов на один интервал времени вперед;

$y_{t+1,[n/4]}$ - выборочная квантиль множества индивидуальных прогнозов на один интервал времени вперед порядка 1/4;

$y_{t+1,(n-[n/4])}$ - выборочная квантиль множества индивидуальных прогнозов на один интервал времени вперед порядка 3/4;

$[k]$ - целое число, ближайшее к числу k справа;

$$w\left(\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_1\cdot(l/2)}\right)=\begin{cases}\left(1-\left(\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_1\cdot(l/2)}\right)^2\right)^2 \text{ при } \left|\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_1\cdot(l/2)}\right|\le 1,\\ 0 \text{ при } \left|\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_1\cdot(l/2)}\right|>1.\end{cases}$$

Выражения для вычисления комбинированного прогноза при n=8 на один интервал времени вперед на основе одношаговой оценки (3) при использовании в качестве оценки среднего квадратического отклонения S медианы абсолютных отклонений при разных значениях c имеют вид:

$$y_{t+1}^{M_{AO},c=c_2}=\frac{\sum_{i=1}^{8} w\left(\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_2\cdot M_{AO}}\right)y_{t+1,i}}{\sum_{i=1}^{8} w\left(\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_2\cdot M_{AO}}\right)},\quad (12)$$

где $y_{t+1}^{M_{AO},c=c_2}$ - прогноз показателя y на момент времени (t+1) с использованием гибридной модели на основе одношаговой бивес-оценки при c=c_2 (c_2=1,483; 6,00; 9,00);

$M_{AO}=med\left\{\left|y_{t+1,i}-M_e\right|\right\}$, $i\in\{1,2,...,8\}$, - медиана абсолютных отклонений индивидуальных прогнозов на один интервал времени вперед от медианы множества индивидуальных прогнозов M_e;

$$w\left(\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_2\cdot M_{AO}}\right)=\begin{cases}\left(1-\left(\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_2\cdot M_{AO}}\right)^2\right)^2 \text{ при } \left|\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_2\cdot M_{AO}}\right|\le 1,\\ 0 \text{ при } \left|\frac{y_{t+1,i}-M_e}{c_2\cdot M_{AO}}\right|>1.\end{cases}$$

Выражения для вычисления комбинированного прогноза на основе одношаговой бивес-оценки с весовой функцией Хьюбера и на основе одношаговой бивес-оценки с весовой функцией Эндрюса получаются из выражений (9) и (10) путем замены x_i на $y_{t+1,i}$.

Для оценки точности комбинированных прогнозов, полученных при объединении индивидуальных прогнозов на основе одношаговых бивес-оценок, были использованы фрагменты временных рядов поквартальных значений экономических показателей РФ за 2005-2006 гг.:

1) объем производства легковых автомобилей в штуках (244141; 256653; 282154; 284861; 254005; 295047; 305200);

2) объем производства компьютеров в штуках (33790; 39026; 68515; 87709; 45832; 66898; 94361);

3) объем производства бензина в тысячах тонн (7713,3; 7595,2; 8392,4; 8261,3; 8087,8; 7992,6; 9225,3);

4) объем продаж хлебобулочных изделий в миллионах рублей (39505; 40615; 42013; 55715; 43451; 46687; 49376);

5) объем производства мяса в тоннах (391183; 427243; 447404; 484845; 443418; 486405; 502958);

6) объем производства мороженого в тоннах (46106; 119772; 112020; 43672; 44818; 116878; 104130). Выбор для исследования данных временных рядов обусловлен необходимостью сравнения с результатами ранее проведенных исследований.

Для оценки точности прогнозов были использованы следующие показатели, рассчитанные для 5 уровней ряда (с 3 по 7): максимальное значение модуля относительной ошибки прогноза (δ_{max}); средняя квадратическая ошибка (RMSE) прогноза; средняя абсолютная ошибка в процентах (MAPE). Значения перечисленных показателей были нормированы значениями соответствующих показателей для гибридной модели на основе объединения прогнозов с использованием взвешенного арифметического среднего значения (приведены в заголовках табл. 1 и 2).

Пример результатов исследований для случая, когда комбинированный прогноз на основе бивес-оценки Тьюки оказался менее точным (по одному показателю точности), чем на основе взвешенного среднего представлен в таблице 1, а когда существенно более точным – в таблице 2.

Таблица 1

Показатели точности прогноза объема производства автомобилей

($\delta_{max} \approx 12{,}22\%$; RMSE $\approx$ 25116 штук; MAPE=8,48%)

Оценка для объединения прогнозов (наиболее точная индивидуальная модель)	Показатели точности прогноза		
	δ_{max}	RMSE	MAPE
Взвешенное среднее	1,00	1,00	1,00
Простое среднее	1,19	1,01	0,83
Модель Хольта (индивидуальная модель)	0,96	0,96	0,98
Оценка Диксона в виде среднего из двух наилучших наблюдений	1,02	0,93	0,82
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (I, c=9)	1,18	1,00	0,84
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (I, c=6)	1,16	1,00	0,85
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=9)	1,11	0,97	0,82
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=6)	1,02	0,93	0,80
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=1,483)	1,05	0,97	0,90
Одношаговая бивес-оценка с весовой функцией Хьюбера (ε = 0,05-0,40)	1,05-1,08	0,95	0,80-0,85
Одношаговая бивес-оценка с весовой функцией Эндрюса (a = 1,00)	0,98	0,91	0,80

Таблица 2

Показатели точности прогноза объема производства мяса

($\delta_{max} \approx 16{,}87\%$; RMSE $\approx$ 40742,37 тонны; MAPE=7,01%)

Оценка для объединения прогнозов (наиболее точная индивидуальная модель)	Показатели точности прогноза		
	δ_{max}	RMSE	MAPE
Взвешенное среднее	1,00	1,00	1,00
Простое среднее	0,59	0,83	0,89
На основе предыдущего значения показателя (индивидуальная модель)	0,55	0,82	0,96
Оптимальная комплексная оценка по 4 квантилям	0,57	0,80	0,88
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (I, c=9)	0,60	0,82	0,88
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (I, c=6)	0,61	0,82	0,87
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=9)	0,62	0,83	0,88
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=6)	0,66	0,83	0,88
Одношаговая бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=1,483)	0,89	0,91	0,90
Одношаговая бивес-оценка с весовой функцией Хьюбера (ε = 0,005-0,01)	0,59	0,83	0,89
Одношаговая бивес-оценка с весовой функцией Эндрюса (a = 1,50-6,00)	0,59-0,63	0,83	0,88-0,89

Для наглядности анализа полученных результатов наиболее точные индивидуальные и гибридные модели прогнозирования упорядочены в таблице 3 по количеству временных рядов, для которых все показатели точности прогноза не хуже, чем при использовании комбинированной модели на основе взвешенного арифметического среднего значения.

В таблицах 1-3 произведено сравнение показателей точности прогноза гибридных моделей на основе бивес-оценок с показателями точности наиболее точных индивидуальных моделей, гибридных моделей на основе простого и взвешенного арифметического средних и гибридных моделей на основе порядковых статистик (оценка Диксона; оптимальная комплексная оценка; усеченное среднее; винзорированное среднее; оценка Ходжеса-Лемана; оценка Кенуя), описанных в [22, с. 78-79]

Зависимость количества временных рядов, для которых все показатели точности прогноза не хуже, чем при использовании комбинированной модели на основе взвешенного арифметического среднего значения, от количества объединяемых прогнозов показана в таблице 4. При этом в базовый набор гибридной модели из 6 индивидуальных моделей входили: 1) модель на основе предыдущего значения показателя; 2) модель на основе простого среднего значения; 3) модель на основе среднего абсолютного прироста; 4) модель на основе среднего коэффициента роста; 5) однопараметрическая модель Брауна на основе экспоненциального среднего нулевого порядка; 6) двухпараметрическая модель Хольта. В базовый набор гибридной модели из 4 индивидуальных моделей были включены следующие модели: 1) модель на основе предыдущего значения показателя;

2) модель на основе простого среднего значения; 3) однопараметрическая модель Брауна на основе экспоненциального среднего нулевого порядка; 4) двухпараметрическая модель Хольта. Индивидуальные модели на основе абсолютного прироста за предыдущий интервал времени, на основе коэффициента роста за предыдущий интервал времени, на основе среднего абсолютного прироста и на основе среднего коэффициента роста были исключены из базового набора из-за низкой точности прогноза.

Таблица 3

Упорядочивание индивидуальных и гибридных моделей по трем показателям

Индивидуальная модель или оценка для объединения прогнозов	Не хуже, чем при использовании взвешенного среднего	В том числе лучше
Бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=6)	5 из 6	5 из 6
Модель Хольта (индивидуальная модель)	5 из 6	4 из 6
Оценка Диксона в виде среднего из двух наилучших наблюдений	5 из 6	4 из 6
Бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=9)	4 из 6	4 из 6
Бивес-оценка с весовой функцией Эндрюса (a =1,91)	4 из 6	4 из 6
Бивес-оценки с весовой функцией Хьюбера (ε =0,10; 0,20; 0,30)	4 из 6	4 из 6
Усеченное среднее (α =0,125; 0,250; 0,375)	4 из 6	4 из 6
Винзорированное среднее (α =0,250; 0,375)	4 из 6	4 из 6
Бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=1,483)	4 из 6	3 из 6
Бивес-оценка с весовой функцией Эндрюса (a=2,10)	4 из 6	3 из 6
Бивес-оценка Тьюки (I, c=6)	3 из 6	3 из 6
Бивес-оценка Тьюки (I, c=9)	3 из 6	3 из 6
Оценка Ходжеса-Лемана	3 из 6	3 из 6
На основе предыдущего значения (индивидуальная модель)	3 из 6	2 из 6
Оптимальная комплексная оценка по 4 квантилям	3 из 6	2 из 6
Оценка Кенуя по двум квантилям	3 из 6	2 из 6

Таблица 4

Зависимость показателей точности от количества объединяемых прогнозов

Оценка для объединения прогнозов	Количество прогнозов	Не хуже, чем при использовании взвешенного среднего из 8 моделей	В том числе лучше
Взвешенное среднее значение	8	6 из 6	0 из 6
	6	2 из 6	1 из 6
	4	3 из 6	3 из 6
Простое среднее значение	8	2 из 6	2 из 6
	6	4 из 6	4 из 6
	4	4 из 6	4 из 6
Бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=9)	8	4 из 6	4 из 6
	6	5 из 6	5 из 6
	4	3 из 6	3 из 6
Бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=6)	8	5 из 6	5 из 6
	6	6 из 6	6 из 6
	4	3 из 6	3 из 6
Бивес-оценка Тьюки (M_{AO}, c=1,483)	8	4 из 6	3 из 6
	6	4 из 6	4 из 6
	4	3 из 6	3 из 6

Результаты проведенных исследований позволяют сделать следующие предварительные выводы (для более обоснованных выводов требуется исследование гораздо большего количества временных рядов).

1. Точность пошагового прогноза на основе гибридной модели с использованием одношаговой бивес-оценки Тьюки на основе медианы абсолютных отклонений на множестве рассмотренных временных рядов в большинстве случаев выше точности гибридных моделей на основе простого и взвешенного арифметических средних значений.

2. Точность пошагового прогноза на основе гибридной модели с использованием одношаговой бивес-оценки Тьюки на основе медианы

абсолютных отклонений (с константой c=6) на множестве рассмотренных временных рядов, как правило, не хуже точности индивидуальной модели Хольта, являющейся наиболее точной из множества исследованных индивидуальных моделей. Примерно такую же точность прогноза обеспечивает гибридная модель с использованием оценки Диксона в виде среднего из двух наилучших наблюдений (оценка на основе порядковых статистик).

3. Несколько худшую точность прогноза продемонстрировали гибридные модели на основе одношаговых бивес-оценок с весовыми функциями Хьюбера и Эндрюса. Их точность прогноза примерно соответствует точности прогноза гибридных моделей на основе усеченных и винзорированных средних (оценки на основе порядковых статистик).

4. Наихудшую точность комбинированного прогноза на основе рассмотренных бивес-оценок показали гибридные модели с использованием одношаговых бивес-оценок Тьюки на основе интерквартильного размаха. Их точность прогноза примерно соответствует точности прогноза гибридной модели на основе оценки Ходжеса-Лемана (оценка на основе порядковых статистик).

5. Точность комбинированного прогноза зависит от количества и точности индивидуальных моделей прогнозирования, входящих в базовый набор гибридной модели.

Проведенный анализ позволяет рекомендовать использовать для прогнозирования экономических показателей на основе коротких временных рядов гибридные модели, использующие для объединения прогнозов одношаговые бивес-оценки Тьюки на основе медианы абсолютных отклонений (с константой c=6).

Литература

1. Дуброва Т. А. Статистический анализ и прогнозирование экономической динамики: проблемы и подходы / Т. А. Дуброва // Методология статистического исследования социально-экономических процессов / под ред. В. Г. Минашкина. – М., 2012. – С. 110–138.
2. Френкель А. А. Методологические подходы к улучшению точности прогнозирования путем объединения прогнозов / А. А. Френкель, А. А. Сурков // Вопросы статистики. – 2015. – № 8. – С. 17–36.
3. Bates J. M. The Combination of Forecasts / J. M. Bates, C. W. J. Granger // Operational Research Quarterly. – 1969. – Vol. 20. – P. 451–468.
4. Дуброва Т. А. Методологические вопросы прогнозирования производства важнейших видов промышленной продукции / Т. А. Дуброва // Вопросы статистики. – 2004. – № 1. – С. 52-57.
5. Холден К. Макроэкономическое прогнозирование / К. Холден // Панорама экономической мысли конца XX столетия: в 2-х т. / под ред. Д. Гринэуэя, М. Блини, И. Стюарта. – СПб., 2002. – Т. 2. – С. 829–851.
6. Winkler R. L. Sensitivity of weights in combining forecasts / R. L. Winkler, R. T. Clemen // Operational Research. – 1992. – Vol. 40. – P. 609–614.
7. Goodwin P. New evidence on the value of combining forecasts` / P. Goodwin // FORESIGHT. – 2009. – Vol. 12. – P. 33-35.
8. Jose V. R. R. Simple robust averages of forecasts: some empirical results / V. R. R. Jose, R. L. Winkler // International Journal of Forecasting. – 2008. – Vol. 24. – P. 163–169.
9. Мостеллер Ф. Анализ данных и регрессия : в 2-х вып. / Ф. Мостеллер, Дж. Тьюки. – М. : Финансы и статистика, 1982. – Вып. 2. – 239 с.
10. Мостеллер Ф. Анализ данных и регрессия : в 2-х вып. / Ф. Мостеллер, Дж. Тьюки. – М. : Финансы и статистика, 1982. – Вып. 1. – 317 с.
11. Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния / Ф. Хампель, Э. Рончетти, П. Рауссеу, В. Штаэль. – М. : Мир, 1990. – 512 с.
12. Эверитт Б. С. Большой словарь по статистике / Б. С. Эверитт. – 3-е изд. – М. : Проспект, 2010. – 736 с.
13. Ершов А. А. Стабильные методы оценки параметров (обзор) / А. А. Ершов // Автоматика и телемеханика. – 1978. – № 8. – С. 66–100.
14. Хьюбер П. Дж. Робастность в статистике / П. Дж. Хьюбер. – М. : Мир, 1984. – 304 с.
15. Стогов Г. В. Устойчивые методы обработки результатов измерений / Г. В. Стогов, А. В. Макшанов, А. А. Мусаев // Зарубежная радиоэлектроника. – 1982. – № 9. – С. 3–46.
16. Крянев А. В. Математические методы обработки неопределенных данных / А. В. Крянев, Г. В. Лукин. – М.: Физматлит, 2003. – 216 с.
17. Васильев А. А. Объединение прогнозов экономических показателей на основе бивес-оценки с весовой функцией Хьюбера / А. А. Васильев // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2015. – № 10 (81), ч. IV. – С. 44–47.
18. Васильев А. А. Объединение прогнозов на основе одношаговой М-оценки Эндрюса / А. А. Васильев // Вестник Тверского государственного университета. Сер. Экономика и управление. – 2015. - № 3. – С. 268–274.
19. Эконометрика : учеб. / под ред. И. И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 344 с.
20. Лукашин Ю. П. Адаптивные модели краткосрочного прогнозирования временных ря-

дов : учеб. пособие / Ю. П. Лукашин. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
21. Нейронные сети. STATISTICA Neural Networks: методология и технологии современного анализа данных / под ред. В. П. Боровикова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Горячая линия – Телеком, 2008. – 392 с.
22. Васильев А. А. Гибридные модели прогнозирования объема продаж нового товара с использованием оценок на основе порядковых статистик / А. А. Васильев // Современные научные исследования и инновации. – 2014. – № 8-2 (40). – С. 75–85.