

**Раздел 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ**

УДК 330.43, 338

**СРАВНЕНИЕ ПРОДАЖ ПРОДУКЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ  
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ РЕКЛАМНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ***Лутошкин Игорь Викторович (Lutoshkiniv@ulsu.ru)**Мартыненко Елена Вячеславовна**ФГОУ ВПО «Ульяновский государственный университет»*

Статья посвящена сравнительному анализу реакции потребителей на рекламные стратегии компаний, реализующих продукцию различного вида из разных отраслей экономики на российском рынке. На основе эконометрических методов и статистических данных о продаже и рекламных расходах компаний из различных отраслей экономики строятся функции отдачи, как от совокупных рекламных воздействий, так и от вложений в конкретный медиаканал. Проводится сравнительный анализ полученных результатов. При анализе моделей совокупных рекламных вложений выявлено, что наиболее существенно на скорость реакции на рекламу оказывает длительность использования товара. При анализе моделей отдачи от различных медиаканалов выявлено, что эффективность рекламы обуславливается в первую очередь выбором источника рекламы.

*Ключевые слова:* рекламные расходы, функция отдачи, медиаканалы, модели панельных данных.

**Введение**

В настоящее время факторами, необходимыми для достижения успеха в промышленности и торговле, становятся постоянное отслеживание рыночной ситуации, установление устойчивой обратной связи с рынком, воздействие на потенциальных потребителей.

Важнейшим фактором развития рынка рекламных услуг становится высокий уровень расходов на рекламу. Данный факт определяется, прежде всего, присутствием на рынке большого числа рекламодателей, постоянно увеличивающихся объемами рекламы, повышением тарифов на размещение рекламы. Крупные рекламодатели являются основными двигателями рекламных услуг, что влечет за собой затруднения для небольших компаний на региональном уровне: возникают сложности в получении доступа к необходимой аудитории и выполнении задач, стоящих перед рекламой. Таким образом, в условиях возрастающей конкуренции остро возникает вопрос экономической целесообразности производимых расходов и определения эффективности рекламы.

Кроме того, сложным является вопрос о том, сколько конкретно денег предприятию необходимо вкладывать в рекламу. Это связано с тем, что зачастую непонятно, какую отдачу приносит каждый из источников рекламы, и какая часть денег, вложенных в рекламную кампанию, возвращается в качестве прибыли. К тому же между моментом вложения денег в рекламу и моментом их возвращения в качестве прибыли чаще всего проходит определенное время. Предсказать же, каково запаздывание для каждого источника рекламы, очень сложно. В связи с этим нередко компании действуют хаотично, выделяя деньги по принципу «сколько осталось» или «не меньше, чем у других», включаясь тем самым в гонку бюджетов. Очевидно, что эти подходы малоэффективны. В

связи с этим возникает вопрос, как правильно рассчитывать бюджет на рекламу [1].

В настоящее время большинство методов расчета рекламного бюджета основываются только на текущих показателях деятельности компании и рынка в целом. Вопрос о математическом исследовании рынка рекламы в настоящий момент является актуальным, так как продавать продукцию (товары и услуги) и удерживать клиентов становится гораздо сложнее. Компании переходят от стратегии активного роста к сокращению затрат. И зачастую в списке сокращения затрат на одно из первых мест ставится сокращение рекламных бюджетов.

В настоящий момент появляются математические модели расчета рекламного бюджета. Например, модель прогнозирования и планирования рекламного бюджета на основе идентификации экспоненциальной функции распределения вероятностей роста продаж в зависимости от затрат на рекламу, которая позволяет математически рассчитать необходимый рекламный бюджет компании [2].

Оценка эффективности вложений в рекламу также является сложным и актуальным вопросом. Однако, ее расчет требует больших временных и финансовых затрат для предприятий, поскольку в основном она оценивается по результатам маркетинговых исследований.

В связи с этим стали появляться новые математические модели оценки эффективности рекламы. Например, один из методов прогнозирования экономической эффективности рекламы основывается на расчете денежных потоков, генерируемых ее воздействием [3], или модель частоты рекламных воздействий [4], основанная на психологической реакции потребителя. Однако сложной для исследования остается тема воздействия различных источников рекламы, а также запаздывания откликов потребителей на рекламу компании.

Целью данного исследования является проведение анализа рекламных стратегий различных компаний с помощью регрессионных моделей и сравнение полученных результатов.

*Общий анализ статистических данных*

При выборе магазина, в котором приобретается товар, на покупателя влияет огромное количество факторов. Это реклама компании, наличие конкурентов, расположение магазина относительно места проживания, ценовая политика, уровень обслуживания и т. д. Некоторые факторы, влияющие на выбор магазина, носят психологический характер и могут быть статистически измерены только в рамках маркетинговых исследований, требующих больших финансовых затрат. Большинство факторов, которые можно было бы использовать для объяснения результатов продаж, либо сложно измеримы, либо не измеряются и не фиксируются в компаниях вообще. Однако существуют факторы, доступные в рамках управленческого учета практически на любом предприятии. Например, для оценки эффективности деятельности можно использовать такой показатель, как выручка от реализации, рекламные расходы.

Далее ограничимся рассмотрением следующих факторов, влияющих на выручку от реализации:

- выручка от реализации предыдущих периодов;
- совокупные рекламные расходы за несколько периодов.

Для проведения анализа влияния рекламных стратегий на потребителя будем использовать статистические данные (36 наблюдений за 3 года) четырех компаний (сеть продуктовых магазинов, фирма-производитель одежды, магазина парфюмерии и косметики, автосалон), реализующих продукцию из различных отраслей экономики. Данные исследуемых компаний агрегированы по месяцам и взяты за один временной период. В дальнейшем будем полагать, что другие внешние факторы (кроме выручки и рекламы) имеют одинаковое влияние на спрос продукции и ими можно пренебречь (тем более компании имеют огромные сложности с учетом других факторов).

На этапе предварительного исследования анализ временных рядов выручки от реализации каждой компании на предмет их стационарности показал, что для производителя одежды и для магазина парфюмерии и косметики характерна сезонность в продажах. Для построения корректных оценок о зависимости между исследуемыми показателями был устранен временной тренд в статистических данных этих компаний, а затем проведен корреляционный анализ для всех исследуемых компаний.

Была выдвинута гипотеза, что на текущую выручку компании оказывает влияние реклама (рекламные расходы за текущий и предыдущие

месяцы), а также эффект репутации компании (влияние реализации предыдущих месяцев).

Введем следующие обозначения:

$y_{t-l}$  - выручка от реализации в момент времени  $t-l$ , тыс. руб.,  $l = 0, 1, 2, \dots$ ;

$x_{t-l}$  — совокупные рекламные расходы в момент времени  $t-l$ , руб.,  $l = 0, 1, 2, \dots$

Для оценки влияния каждого фактора на текущую выручку от реализации, были построены выборочные парные коэффициенты корреляции  $r(y_t, y_{t-l}), r(y_t, x_{t-l}), l = 0, 1, 2, \dots, 6$  для каждой компании (исследование более длительного запаздывания экспертами компаний полагалось нецелесообразным). Анализ статистической значимости коэффициентов показал, что запаздывание более трех месяцев малозначимо оказывает влияние на текущую реализацию. В таблице 1 приведены наиболее значимые коэффициенты корреляции для каждой компании.

Для оценки влияния каждого фактора на текущую выручку от реализации, очищенного от воздействия остальных факторов, были построены частные коэффициенты корреляции. Для сети продуктовых магазинов и автосалона строилась матрица парных коэффициентов корреляций по факторам  $y_t, y_{t-1}, x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}$  с соблюдением указанного порядка, для магазина парфюмерии и косметики, фирмы-производителя одежды по факторам  $y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}$  с соблюдением указанного порядка. Частные коэффициенты корреляции  $\rho(1, i)$  вычислялись по формуле

$$\rho(1, i) = \frac{-R_{1i}}{\sqrt{R_{11}R_{ii}}}$$

где  $R_{si}$  - алгебраическое дополнение в соответствующей матрице парных коэффициентов корреляций;

$l = 2, 3, \dots, 6$  для сети продуктовых магазинов и автосалона,  $l = 2, 3, \dots, 7$  для магазина парфюмерии и косметики и фирмы-производителя одежды;

$s = 1, i$ .

Ниже приведены полученные значения (табл. 1).

На основе парных коэффициентов корреляции можно сделать вывод, что наиболее существенное влияние на выручку от реализации оказывают следующие факторы:

1) для сети продуктовых магазинов это выручка от реализации в предыдущем месяце (коэффициент корреляции 0,58) и совокупные расходы на рекламу предыдущего месяца (коэффициент корреляции 0,51);

2) для производителя одежды это выручка от реализации 2 месяца назад (коэффициент корреляции 0,42), совокупные текущие расходы на рекламу (коэффициент корреляции 0,65), совокупные рекламные расходы предыдущего месяца (коэффициент корреляции 0,63), совокупные рекламные расходы 2 месяца назад (ко-

эффицент корреляции 0,61) и совокупные рекламные расходы 3 месяца назад (коэффициент корреляции 0,48);

3) для магазина парфюмерии и косметики это выручка от реализации 2 месяца назад (коэффициент корреляции 0,41), текущие совокупные расходы на рекламу (коэффициент корреляции 0,43) и совокупные рекламные расходы

предыдущего месяца (коэффициент корреляции 0,43);

4) для автосалона это выручка от реализации в предыдущем месяце (коэффициент корреляции 0,63).

Таблица 1

Коэффициенты корреляции  $Y_t$  с другими факторами

Компании	$Y_t$							
	Парные коэффициенты корреляции				Частные коэффициенты корреляции			
	A	B	C	D	A	B	C	D
$Y_{t-1}$	0,58	0,33	0,14	0,63	0,45	0,10	0,01	0,87
$Y_{t-2}$	-	0,42	0,41	-	-	0,28	0,45	-
$X_t$	0,38	0,65	0,43	0,28	0,23	0,31	0,50	0,37
$X_{t-1}$	0,51	0,63	0,43	0,20	0,20	-0,11	0,11	0,55
$X_{t-2}$	0,36	0,61	0,35	0,17	-0,03	0,29	0,06	0,51
$X_{t-3}$	0,26	0,48	0,23	0,12	0,11	-0,24	-0,12	0,59

Здесь А – сеть продуктовых магазинов, В – фирма-производитель одежды, С – магазина парфюмерии и косметики, D – автосалон.

По сети продуктовых магазинов можно сделать вывод, что уменьшение частных коэффициентов корреляции по сравнению с парными свидетельствует о положительном влиянии друг на друга факторов, включенных в модель. При этом для данной компании прослеживается эффект накопления рекламы, поскольку частные коэффициенты корреляции между текущей выручкой от реализации и совокупными рекламными расходами за несколько периодов уменьшаются, а парный коэффициент корреляции между этими показателями в момент времени  $t$  меньше, чем в момент времени  $t-1$ .

По производителю одежды также можно сделать вывод, что факторы оказывают друг на друга положительное влияние, поскольку частные коэффициенты корреляции заметно меньше парных коэффициентов.

По магазину парфюмерии и косметики следует отметить, что частные коэффициенты корреляции между текущей выручкой от реализации и выручкой от реализации 2 месяца назад и текущей выручкой от реализации и совокупными рекламными расходами текущего месяца оказались выше, чем соответствующие парные коэффициенты корреляции. Это может свидетельствовать о том, что присутствуют факторы, отрицательно воздействующие на выручку от реализации и неучтенные в модели. К таким факторам может относиться неэффективная ценовая политика самой компании, присутствие на рынке сильных конкурентов, ассортимент продукции, не отвечающий желаниям покупателей, нерациональное оформление стеллажей в магазине и многие другие факторы. В связи с

этим можно порекомендовать компании проанализировать потребности покупателей с помощью маркетинговых исследований, скорректировать на их основе свою ценовую политику, повысить качество оформления магазина.

По автосалону можно сказать, что значительное превышение всех частных коэффициентов корреляции над парными свидетельствует о неучтенных в модели факторах, отрицательно воздействующих на продажи компании. К таким факторам можно отнести: ассортимент автомобилей, наличие большого числа конкурентов компании, отсутствие в салонах представителей банков, скрытые платежи при покупке автомобилей и т. д. Исходя из этого, можно порекомендовать компании проанализировать действия конкурентов, убрать барьеры при покупке автомобилей, а также привлечь к сотрудничеству банки, пользующиеся наибольшей популярностью у покупателей по вопросам автокредитования.

#### Модели рекламных воздействий в различных секторах экономики

Для исследования зависимости между выручкой от реализации и рекламными расходами были построены функции зависимости выручки от рекламных вложений.

**Сеть продуктовых магазинов.** Для определения общей структуры уравнения вначале были построены линейные парные уравнения регрессии  $y_t$  по каждому из факторов  $Y_{t-1}$ ,  $X_t$ ,  $X_{t-1}$ ,  $X_{t-2}$ ,  $X_{t-3}$ . Модель авторегрессии первого порядка показала, что эффект накопленной репутации существенно влияет на текущие продажи для сети продуктовых магазинов, включение  $Y_{t-1}$  в

общее уравнение представляется целесообразным. Исследование простейших регрессий по факторам рекламы подтвердило целесообразность включения  $x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}$ . Для определения структуры лага запаздывания рекламных расходов был построен график парных коэф-

фициентов регрессии в зависимости от лага (максимальное пиковое значение пришлось на запаздывание в один месяц), исходя из которого, было решено выбрать квадратичную функцию для структуры лага (метод Алмон).

Таким образом, по сети продуктовых магазинов была построена модель:

$$y_t = 158578,4 + 0,39y_{t-1} + 0,04x_t + 0,05x_{t-1} + 0,04x_{t-2} + 0,03x_{t-3} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_t$  — ошибка модели в момент времени  $t$ . Уравнение и параметры модели (1) значимы на 5% уровне; критерий Бокса-Пирса (0,44) подтверждает гипотезу, что остатки являются белым шумом, с ошибкой в 5%; множественный коэффициент корреляции 0,785.

Также рассматривались альтернативные модели: линейная структура лага для рекламных воздействий, преобразования Койка, обычная множественная регрессия, мультипликативная по рекламным воздействиям модель. Во всех этих моделях качество оцениваемых параметров и уравнений было ниже по сравнению с моделью (1).

*Фирма-производитель одежды.* Вначале были построены линейные парные уравнения регрессии  $y_t$  по факторам  $x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}$ , а также

Таким образом, для фирмы-производителя одежды была построена модель:

$$y_t = -7389783,69 + 0,01y_{t-2} + 443,47x_t + 243,9x_{t-1} + 134,15x_{t-2} + 73,78x_{t-3} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_t$  — ошибка модели в момент времени  $t$ . Уравнение и параметры модели (2) значимы на 5% уровне; критерий Бокса-Пирса (1,98) подтверждает гипотезу, что остатки являются белым шумом, с ошибкой в 8%; множественный коэффициент корреляции 0,825.

Альтернативные модели (метод Алмон с линейной и квадратичной аппроксимацией коэффициентов, обычная множественная регрессия) имели более низкое качество оценки па-

раметров и уравнений в сравнении с моделью (2).

*Магазин парфюмерии и косметики.* При первичном анализе статистических данных был использован алгоритм, аналогичный предыдущему случаю (фирма-производитель одежды), общий характер и выводы оказались аналогичными.

Таким образом, для продукции магазина парфюмерии и косметики также была построена модель с использованием преобразования Койка для рекламных расходов:

$$y_t = -595229,57 + 0,17y_{t-2} + 29,68x_t + 12,76x_{t-1} + 5,49x_{t-2} + 2,26x_{t-3} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_t$  — ошибка модели в момент времени  $t$ . Уравнение и параметры модели (3) значимы на 5% уровне; критерий Бокса-Пирса (1,32) подтверждает гипотезу, что остатки являются белым шумом, с ошибкой в 5%; множественный коэффициент корреляции 0,854.

В качестве альтернативных моделей рассматривались такие же модели как и в случае с реализацией одежды, они имели более низкое

качество оценки параметров и уравнений в сравнении с моделью (3).

*Автосалон.* Общий ход анализа статистических данных автосалона оказался аналогичен рассуждениям для сети продуктовых магазинов. Отличие в том, что максимальное значение на графике коэффициентов парной регрессии соответствует запаздыванию в два месяца.

Таким образом, наилучшая модель по продажам продукции автосалона была получена с использованием квадратичной аппроксимации коэффициентов распределенных лагов при рекламных расходах:

$$y_t = 20631972,07 + 0,68y_{t-1} + 132,15x_t + 198,95x_{t-1} + 210,9x_{t-2} + 125,15x_{t-3} + \varepsilon_t, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_t$  — ошибка модели в момент времени  $t$ . Уравнение и параметры модели (4) значимы на 5% уровне; критерий Бокса-Пирса (0,74) подтверждает гипотезу, что остатки являются белым шумом, с ошибкой в 5%; множественный коэффициент корреляции 0,782. При этом не удалось построить другие модели, которые по качеству и значимости параметров были бы выше модели (4): при увеличении количества параметров практически всегда значимость параметров существенно ухудшалась, а при

уменьшении факторов ухудшалась вероятность прогноза.

Представляет интерес распределение весов лагов, связанных с рекламным воздействием. Данную характеристику можно найти, используя линейные модели регрессии. Обозначим через  $\omega_k$  относительный вес лага  $k$ , ниже в таблице приведены относительные веса исследуемых компаний по моделям (1)-(4):

Таблица 2

Относительные веса лагов моделей

Компания	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$
Сеть продуктовых магазинов	0,25	0,31	0,25	0,19
Фирма-производитель одежды	0,50	0,27	0,15	0,08
Магазин парфюмерии и косметики	0,59	0,25	0,11	0,05
Автосалон	0,20	0,30	0,32	0,18

При анализе данных табл. 2 можно вычислить средний лаг для каждой компании, который будет характеризовать скорость реакции потребителей на рекламное воздействие.

Для сети продуктовых магазинов средний лаг составляет 1,38. Большое значение данного показателя свидетельствует о замедленной реакции выручки от реализации на изменение рекламных расходов. Для фирмы-производителя одежды средний лаг составляет 0,81, что свидетельствует о быстрой реакции на изменение рекламных расходов. Для магазина парфюмерии и косметики средний лаг 0,62, что также свидетельствует о быстрой реакции от реализации на изменение рекламных расходов. Для автосалона средний лаг составляет 1,48. Большое значение данного показателя свидетельствует о замедленной реакции покупателей на изменение рекламных расходов.

Сформулируем основные выводы, полученные по построенным моделям. Наибольшее влияние на скорость реакции на рекламу оказывает длительность использования товара. Так, для товаров краткосрочного использования скорость реакции замедленная. Это может быть связано с тем, что влияние рекламы в меньшей степени побуждает покупателя к приобретению товара. Например, при выборе магазина продуктов питания малый процент людей ориентируется на рекламу. В случае краткосрочных товаров реклама используется для информирования потенциальных покупателей о различных акциях, проводимых магазинами, а также для поддержания репутации магазина. При этом наибольшую отдачу реклама дает через месяц.

Совершенно другая ситуация с товарами среднесрочного использования. Здесь скорость

реакции на рекламу товара высокая, поскольку реклама служит источником информирования не только о существовании магазина, но и об имеющемся ассортименте товаров, о ценовой политике и т. д. При выборе магазина одежды или косметики для людей важным является положение магазина на рынке в настоящий момент времени. В связи с этим наибольшую отдачу для подобных товаров дает текущая реклама, которая с течением времени быстро забывается.

Для товаров долгосрочного использования скорость реакции на рекламу также является замедленной. Это объясняется тем, что при выборе подобных товаров люди долго изучают рынок товара, рассматривают предложения за несколько месяцев. Немаловажную роль играет также репутация продавца, поскольку данный тип товаров обычно является дорогостоящим, и потери от некачественного товара достаточно высоки. Для данного типа товаров наибольшая отдача от рекламы проявляется через два месяца.

Также важную роль при выборе магазина играет его репутация. Для краткосрочных товаров она определяется покупками в предыдущем месяце. Это связано с тем, что покупатели ориентируются на свои предыдущие покупки и принимают решение, возвращаться ли в данный магазин потом. Для среднесрочных товаров наибольшее влияние оказывают покупки, совершенные 2 месяца назад. Это объясняется тем, что товары покупаются реже, и в большей степени возвращение в тот или иной магазин зависит от ценовой политики и ассортимента магазина при совершении предыдущей покупки. Для долгосрочных товаров влияние предыду-

щих покупок влияет лишь в небольшой степени, поскольку обычно они совершаются с интервалом в несколько лет.

Таким образом, при определении отдачи от рекламы следует ориентироваться на несколько факторов. Во-первых, это положение компании на рынке. Для компании с плохой репутацией даже самая эффективная с точки зрения охвата аудитории и качества изложения реклама не принесет желаемых результатов, поскольку потенциальные покупатели будут исходить из сложившегося у них мнения о компании. Во-вторых, это тип, к которому относится товар. Не стоит ждать быстрой отдачи от рекламных расходов, если товар не является среднесрочным, поскольку у покупателей просто не возникает необходимости часто покупать данный товар. Кроме этого, не следует считать, что для товаров краткосрочного использования одним из основных факторов покупки является реклама. Рекламу можно рассматривать только в качестве источника напоминания о своих преимуществах. Также для товаров долгосрочного использования реклама является основным источником информирования покупателя как о существовании магазина, так и о его преимуществах. Главным фактором для товаров данного типа является устойчивое положение на рынке компании.

#### *Модели воздействия отдельных источников рекламы*

Следующим этапом исследования является дифференциация источников рекламы с целью выявления наиболее эффективных в зависимости от вида товара.

Любое предприятие для повышения эффективности рекламной кампании использует несколько источников воздействия. Каждый из них различается по функциональной нагрузке и количеству контактов. С целью изучения влияния отдельных источников рекламы на выручку от реализации были построены соответствующие функции отдачи и проведен их сравнительный анализ.

Поскольку каждый источник по-своему действует на целевую аудиторию, были построены коэффициенты корреляции между вложениями в каждый из них в текущий месяц, один, два и три месяца назад. Анализ влияния более длительного эффекта нецелесообразен, что было отмечено при анализе совокупных рекламных расходов.

Введем следующие обозначения:

$x_{1, t-i}$  – расходы на рекламу в интернете в момент времени  $t-i$ ,  $t = \overline{1,36}$ ,  $i = \overline{0,3}$ ;

$x_{2, t-i}$  – расходы на баннеры в момент времени  $t-i$ ,  $t = \overline{1,36}$ ,  $i = \overline{0,3}$ ;

$x_{3, t-i}$  – расходы на листовки в момент времени  $t-i$ ,  $t = \overline{1,36}$ ,  $i = \overline{0,3}$ ;

$x_{4, t-i}$  – расходы на рекламу в печатных изданиях в момент времени  $t-i$ ,  $t = \overline{1,36}$ ,  $i = \overline{0,3}$ ;

$x_{5, t-i}$  – расходы на информационные службы в момент времени  $t-i$ ,  $t = \overline{1,36}$ ,  $i = \overline{0,3}$ ;

$x_{6, t-i}$  – расходы на теле- и аудиоролики в момент времени  $t-i$ ,  $t = \overline{1,36}$ ,  $i = \overline{0,3}$ ;

$x_{7, t-i}$  – расходы в праздничные дни в момент времени  $t-i$ ,  $t = \overline{1,36}$ ,  $i = \overline{0,3}$ .

*Влияние отдельных источников по сети продуктовых магазинов.* Основными источниками рекламы для данной компании являются: печатные издания, теле- и аудиоролики и баннеры. Каждый из них дает наибольшую отдачу в разные моменты времени. Это может быть связано с тем, на какую целевую аудиторию воздействует каждый из источников и как быстро на него реагируют. Например, реклама в газете дает наибольшую отдачу в текущий момент времени (корреляция 0,53), поскольку на нее обращают внимание только в момент покупки газеты, а не через некоторое время (корреляция с газетной рекламой месячной давности 0,5, двухмесячной 0,31, трехмесячной 0,16). В то же время, статистическая связь между расходами на теле- и аудиоролики и выручкой от реализации оказалась слабой (корреляция с текущими расходами 0,001, с расходами месячной давности -0,15, двухмесячной 0,38, трехмесячной 0,30). Это можно объяснить тем, что если ролик идет в неудобное время, то его видит небольшое число людей или те, кто не придает рекламе особого значения (например, пенсионеры или дети).

Влияние расходов на баннеры также оказалось несущественным (корреляция между доходами и расходами на баннеры по модулю не превышает 0,2 для всех случаев запаздывания), что может объясняться тем, что баннеры скорее используются для оформления витрины магазина, а не в качестве отдельной рекламы.

Исходя из анализа коэффициентов корреляции, для предсказания доходов наиболее логично использовать в качестве зависимых переменных  $x_{4, t}$ ,  $x_{4, t-1}$ ,  $x_{6, t-2}$ , т.е. рассматривать зависимость  $y_t = f(x_{4, t}, x_{4, t-1}, x_{6, t-2})$ . Нами рассматривались линейные, мультипликативные модели с различным сочетанием факторов, наиболее сильную статистическую связь показала текущая реклама в печатных изданиях, функция отдачи от рекламы в печатных изданиях выглядит следующим образом:

$$y_t = 162705,65 + 0,09x_{4, t} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

Уравнение в целом и коэффициенты в нем значимы на 95%-ом уровне доверия. При этом линейная модель, включающая в себя все зависимые переменные  $x_{4, t}$ ,  $x_{4, t-1}$ ,  $x_{6, t-2}$ , оказалась недостоверной по некоторым параметрам на уровне более 30%, а в мультипликативной

модели часть параметров приняла нулевое значение. Развитие модели (5) за счет добавления других факторов ухудшает статистическое качество прогноза (при повышении коэффициента детерминации значимость параметров существенно ухудшается).

*Влияние отдельных источников по фирме-производителю одежды.* В своей рекламной политике компания использует такие источники, как: печать в газетах, теле- и аудиоролики, баннеры. Корреляционный анализ показал, что статистическая зависимость выручки от всех расходов в медиаканалы ведет себя практически одинаково: наибольшая статистическая зависимость выручки с каждым из этих источников в текущий момент времени, затем корреляция монотонно убывает с увеличением запаздывания. Так значения коэффициентов корреляции выручки с рекламой в газетах по запаздыванию, начиная с нулевого, составляют 0,65, 0,63, 0,61, 0,48, с рекламными теле- и аудиорасходами 0,64, 0,63, 0,61, 0,49, с расходами на баннеры 0,64, 0,63, 0,60, 0,49. Это может быть связано с тем, что на рекламу одежды обычно реагируют сразу после просмотра, поскольку ее выбирают в конкретный момент времени, не ориентируясь на предыдущую рекламу.

На этапе корреляционного анализа было выяснено, что между объясняющими факторами есть сильная интеркорреляция (все коэффициенты корреляции выше 0,7), что существенно ограничивает выбор моделей прогноза выручки, так как одновременное включение нескольких интеркоррелирующих факторов приводит к ухудшению статистической значимости модели.

Ниже приведены линейные функции прогноза выручки:

1) от рекламы в печатных изданиях:

$$y_t = -12259964,86 + 1757,94x_{4,t} + \varepsilon_t;$$

2) от расходов на теле- и аудиоролики:

$$y_t = -11551323,99 + 2150,1x_{6,t} + \varepsilon_t;$$

3) от расходов на баннеры:

$$y_t = -13232094 + 3756,22x_{2,t} + \varepsilon_t.$$

Все три уравнение в целом и коэффициенты в них значимы на 95%-ом уровне доверия. Усложнение приведенных моделей приводит к существенному ухудшению статистической значимости параметров в новых моделях.

Можно сделать вывод, что наибольшую относительную отдачу приносят вложения в баннеры, немного меньше – в теле- и аудиоролики, наименьшую – печатная реклама. Однако, доли этих источников в расходах противоположны отдаче: печатная реклама составляет 44% всех расходов на рекламу, теле- и аудиоролики – 34%, баннеры – 22%. В связи с этим, чтобы повысить эффективность рекламной стратегии,

компаниям следует перераспределить рекламные расходы между источниками, увеличив средства в рекламу на баннерах.

Можно отметить, что экстраполяционное использование полученных моделей (выход за пределы значений выборки) является некорректной задачей, в частности, экономическая интерпретация свободных членов некорректна, таким образом, выводы по моделям достаточно надежны только в интерполяционной части данных. Аналогичное утверждение можно отнести ко всем ниже рассматриваемым моделям.

*Влияние отдельных источников по магазину парфюмерии и косметики.* Основными источниками рекламы для данной компании являются баннеры, листовки, реклама в интернете. Корреляция выручки с рекламными расходами по каждому источнику имеет одинаковый характер: наибольшее значение приходится на запаздывание в один месяц, затем значения корреляции убывают. Значения коэффициентов корреляции выручки с рекламой в интернете по запаздыванию, начиная с нулевого, составляют 0,41, 0,44, 0,33, 0,08, с рекламными листовками 0,45, 0,47, 0,37, 0,13, с расходами на баннеры 0,45, 0,50, 0,41, 0,21.

Исходя из корреляционного анализа, в первую очередь были построены следующие функции прогноза выручки:

1) от рекламы в интернете:

$$y_t = -429171,95 + 3,82x_{1,t-1} + \varepsilon_t;$$

2) от расходов на баннеры:

$$y_t = -313069,95 + 3,61x_{2,t-1} + \varepsilon_t;$$

3) от расходов на листовки:

$$y_t = -522363,99 + 28,44x_{3,t-1} + \varepsilon_t.$$

Все три уравнение в целом и коэффициенты в них значимы на 95%-ом уровне доверия.

Нами рассматривались более сложные линейные и мультипликативные модели с различным набором объясняющих переменных, но все эти модели имели существенно худшую статистическую значимость параметров в силу либо интеркорреляции факторов, либо при усложнении модели дополнительные факторы не привносили существенное дополнительное объяснение.

Из полученных моделей следует, что наибольшую относительную отдачу приносит реклама на листовках, однако доля расходов на них составляет всего 8% от совокупных рекламных расходов. Таким образом, компании целесообразно существенно увеличить вложения в данный источник с целью повышения отдачи от рекламных вложений.

*Влияние отдельных источников по автосалону.* В своей рекламной политике компания использует следующие источники рекламы: печать в газетах, реклама в интернете и предоставление сведений в информационные службы.

Однако при рассмотрении влияния конкретного источника не было выявлено существенной зависимости выручки от реализации от расходов на какой-либо вид рекламы (все коэффициенты корреляции между выручкой и расходами на рекламу по разным источникам с различным запаздыванием оказались менее 0,3), при этом совокупное влияние рекламных расходов оказалось существенным (подтверждает модель (4)). Это может быть связано со спецификой товара, поскольку, получая информацию из интернета или информационной службы, потребителей волнует текущая ситуация на рынке, а для примерного ознакомления с ассортиментом и ценовой политикой компании газеты могут использоваться в различное время. Кроме того, это может свидетельствовать о неэффективности рекламной стратегии в целом. Возможно, для данной компании следует выбирать другие источники рекламы или увеличивать совокупные рекламные расходы с целью повышения информированности потребителей.

По итогам исследования влияния отдельных источников рекламы можно сделать вывод, что, несмотря на различия в функциональной нагрузке, целевой аудитории и количестве контактов, главным критерием эффективности любого источника является тип товара. Эффективность рекламы любого товара обуславливается в первую очередь не запаздыванием отдачи от какого-либо источника, а правильным выбором самого источника. Так, например, не следует ждать высокой отдачи от электронной рекламы для компании, продающей продукты питания, поскольку очевидным является неэффективность выбранного источника. То же самое касается выбора источника для рекламы любого товара.

#### Модели панельных данных

Для более точного исследования различий рекламных стратегий компаний было принято решение построить модели панельных данных.

Использование моделей панельных данных дает возможность учитывать и анализировать индивидуальные отличия между экономическими единицами, что нельзя сделать в рамках стандартных регрессионных моделей [5]. Ос-

$$y_t = 6158604,19d_1 + 16073654,85d_2 + 10832103,77d_3 - 145042,3d_4 + 3,4x_t + \varepsilon_t.$$

Проверим гипотезу об отсутствии фиксированных групповых эффектов с помощью  $F$ -статистики:  $F(3,43)=126,75$ . Сравнение расчетного значения  $F$ -статистики с табличным  $F_{0,95}(3,43)=2,82$  позволяет отвергнуть указанную гипотезу. Следовательно, построенная модель, учитывающая групповые фиксированные эффекты, правомерна. Таким образом, на выручку от реализации компаний влияет не только их рекламная политика, но и другие факторы (на-

новными моделями панельных данных являются модель с фиксированными эффектами и модель со случайными эффектами.

С помощью моделей панельных данных можно оценить, как воздействуют на выручку от реализации факторы, которые трудно статистически измерить. К ним относятся, например, качество обслуживания в магазине, качество товара и многие другие. Если правомерна модель с фиксированными эффектами, то это означает, что такие факторы существенно влияют на выручку от реализации для каждой из компаний. Если же правомерна модель со случайными эффектами, то это означает, что влияние этих факторов мало и может рассматриваться в качестве одной из составляющих ошибок модели.

Введем следующие обозначения:

$y_t$  - совокупная выручка всех компаний в момент времени  $t$ , руб.;

$d_1$  - фиктивная переменная для наличия эффекта у продуктовой компании,

$d_2$  - фиктивная переменная для наличия эффекта у компании по одежде,

$d_3$  - фиктивная переменная для наличия эффекта у косметической компании,

$d_4$  - фиктивная переменная для наличия эффекта у автосалона,

$x_t$  - совокупные рекламные расходы всех компаний в момент времени  $t$  в руб.,  $t = \overline{1,48}$ ;

$\varepsilon_t$  - ошибка модели в момент времени  $t$ ,  $t = \overline{1,48}$ .

Очевидно, что фиктивные переменные  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  находятся в линейной зависимости, что не дает возможность непосредственно применить стандартную линейную модель множественной регрессии со свободным членом. Для построения состоятельной модели можно либо исключить одну из фиктивных переменных из модели, либо исключить свободный член [5, стр. 363], нами был выбран второй вариант. Во введенных обозначениях модель с фиксированными эффектами выражается уравнением:

пример, качество обслуживания в магазине, качество товара, качество рекламных материалов и др.).

Для проверки гипотезы о наличии различий между компаниями, носящих случайный характер, была построена модель со случайными эффектами:

$$y_t = 313873,31 + 126633,03x_t + \varepsilon_t.$$

С помощью критерия Вальда была проверена гипотеза об отсутствии случайных эффек-



тов. Сравнение расчетного значения критерия Вальда  $W=X^2(1)=116774,68$  с табличным значением  $X^2_{0,95}(1)=3,84$  позволяет отвергнуть эту гипотезу и принять альтернативную, в соответствии с которой модель со случайными эффектами правомерна, а значит, различия между компаниями носят случайный характер. Следовательно, эти различия можно рассматривать в качестве одной из составляющих ошибок модели.

Проблема выбора модели (с фиксированным или случайным эффектом) при анализе панельных данных далеко не всегда имеет однозначный ответ. В модели со случайным эффектом предполагается, что ошибки не коррелируют с регрессорами, т.е. индивидуальный эффект не связан с объясняющими переменными. Это условие выполняется далеко не всегда, даже для больших выборок. При этом оценки с фиксированным эффектом являются несмещенными и состоятельными независимо от корреляции индивидуальных эффектов с другими объясняющими переменными. Однако при отсутствии корреляции эти оценки будут неэффективными, что может быть существенно при выборках небольшого объема. При этом, если в модели есть фиксированный эффект, то оценки с помощью случайного эффекта будут несостоятельными [6].

Таким образом, выбор правильной спецификации модели существенно влияет на качество оценок. На практике для корректного выбора из двух моделей ориентируются на остаточную дисперсию. Для этого рассчитывается остаточная дисперсия по каждой из моделей и выбирается наименьшая из них.

По построенным моделям остаточные дисперсии равны 11682,40 по модели с фиксированными эффектами и 13050,70 по модели со случайными эффектами. Исходя из этого, можно сделать вывод, что со статистической точки зрения более подходящей является модель с фиксированными эффектами.

С содержательной точки зрения это можно объяснить тем, что характеристики функционирования каждой компании существенно разли-

чаются между собой. Например, на выручку от реализации влияют многие как внутренние, так и внешние факторы. По построенной модели с фиксированными эффектами можно сделать вывод, что факторы оказывают положительное влияние на выручку от реализации для всех компаний, кроме автосалона.

К сожалению, нам не удалось получить статистические данные за аналогичный период по фирмам других отраслей экономики, но даже, исходя из имеющихся данных, можно сделать некоторые выводы. Сравнительный анализ показал, что при проведении рекламной кампании фирме для анализа отдачи следует учитывать характер продаваемого продукта (это влияет на срок отдачи, на российском рынке максимальная отдача от полумесяца до полутора месяцев) и выбор канала подачи рекламы (следует согласовывать тип медиаканала с видом рекламируемой продукции).

#### Литература

1. Сендеров Д. В. Рекламный бюджет: Правила расчета и планирования. – <http://www.marketologi.ru/publikatsii/stati/reklamnyj-bjuzdhet-pravila-rascheta-i-planirovanija-chast-1/>.
2. Пахомов А. А., Сайдаева А. С. Планирование рекламного бюджета на основе модифицированных функций распределения вероятностей // Управление корпоративными финансами. - №1, 2014. – с. 51-54.
3. Шматов Г. А. Оценка эффективности рекламы методом дисконтированных денежных потоков // Маркетинг и маркетинговые исследования. - №3, 2005 г. – с. 40-48.
4. Лутошкин И.В. Моделирование отдачи от частоты рекламных воздействий // Прикладная эконометрика, 2010. №3 (19), С. 101-111.
5. Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика. – М.: Дело, 2004. – 576 с.
6. Айвазян С. А. Основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 432 с.