

## МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРЫ ПРЕДЛОЖЕНИЯ НА РЕГИОНАЛЬНОМ РЫНКЕ ДОСТУПА К СЕТИ ИНТЕРНЕТ

На рынке услуг коммутируемого доступа к сети Интернет и передачи данных Ивановской области существует большое количество компаний, имеющих лицензии на предоставление данного вида услуг связи [1]. Одни компании ведут "активную" деятельность, связанную с подключением новых абонентов и направленную на увеличение абонентской базы компании. Другие ведут "пассивную" игру: имеют лицензию на оказание услуг связи на определенную мощность, их абонентская база мала и на протяжении времени значительно не изменяется. К ним относятся как крупные компании с известными брендами, но не имеющие в пределах региона собственных сетей связи, а, следовательно, и возможности для дальнейшего развития, так и не имеющие стратегических задач развития собственных сетей в рамках региона. Сюда можно отнести и небольшие частные компании, работающие с узким кругом клиентов на коммерческой основе, предоставляющие услуги на территории отдельно взятого здания (группы зданий) или офиса (группы офисов) [2].

Рассматриваемый рынок очень динамичен. Появляются новые компании, часть компаний уходит с рынка, происходят слияния компаний, меняются лидеры рынка. Динамика рынка представляет самостоятельный интерес и является естественным предметом настоящего исследования.

Для моделирования динамики рассматриваемого рынка со стороны предложения нами выделено 6 состояний ( $S_i$ ) телекоммуникационных компаний:

- 1)  $S_0$  – компании, выходящие на рынок в текущем году (обозначаемых нами через *ent*);
- 2)  $S_1$  – компании-новички, вышедшие на рынок в предшествующем периоде (*new*);
- 3)  $S_2$  – компании "активные лидеры", занимающие значительную долю на рынке и имеющие положительный прирост абонентской базы в предшествующем периоде (*al*);
- 4)  $S_3$  – компании "активные последователи", занимающие незначительную долю рынка, также имеющие положительный прирост (*an*);
- 5)  $S_4$  – "пассивные" компании, имеющие отрицательный или нулевой прирост абонентской базы в предшествующем периоде (*p*);
- 6)  $S_5$  – компании, уходящие с рынка в текущем периоде (*out*).

Таким образом, дифференциация состояний основана на трех критериях:

- по принадлежности/непринадлежности компании к рассматриваемому рынку в текущем или предшествующем периодах времени;
- по знаку прироста абонентской базы компании;
- по степени значительности доли компании на рынке.

Последний критерий предполагает существование альтернативы – значительная или незначительная доля, что, очевидно, требует пояснения. Предполагая на основе известной теоремы Бернулли принадлежность случайной величины

$$\frac{w_i n - np_i}{\sqrt{w_i \cdot (1 - w_i) n}}$$

приближенно нормальному распределению, проверим гипотезу о равенстве нулю генеральной доли компании путем построения соответствующего доверительного интервала:

$$w_i - u_{\text{табл}} \cdot \sqrt{\frac{w_i \cdot (1 - w_i)}{n}} \leq p_i \leq w_i + u_{\text{табл}} \cdot \sqrt{\frac{w_i \cdot (1 - w_i)}{n}}, \quad (1)$$

где  $u_{\text{табл}}$  – критическая точка нормального распределения для двусторонней критической области с принятым уровнем значимости  $\alpha=0,05$ .

Если рассчитанный интервал включает в себя нуль, то нет оснований отвергнуть вышеупомянутую гипотезу, и рассматриваемая доля компании на рынке считается незначимой. В противном случае гипотеза отвергается, и соответственно - доля компании значима.

Результаты распределения компаний, предоставляющих услуги коммутируемого доступа к сети Интернет в г.Иваново в период 2007-2011 гг., по выделенным категориям представлены в таблице 1.

В таблице 2 указаны удельные веса на рынке абонентских баз компаний, сгруппированных по выделенным категориям за тот же период.

**Таблица 1**

**Распределение числа компаний г. Иваново, предоставляющих услуги коммутируемого доступа к сети Интернет, по категориям**

Категории компаний	2007	2008	2009	2010	2011

новые компании	9	6	4	8	5
активные лидеры	1	2	1	2	4
активные последователи	3	0	6	15	6
пассивные компании	19	28	26	13	25
ушедшие с рынка	1	2	3	7	3

Таблица 2

Доли абонентских баз компаний по категориям на рынке, %

Категории компаний	2007	2008	2009	2010	2011
новые компании	20,80	11,38	46,27	0,70	0,18
активные лидеры	61,70	72,02	36,96	77,47	78,19
активные последователи	5,72	0,00	10,53	20,33	20,53
пассивные компании	11,78	16,60	6,24	1,50	1,10
ушедшие с рынка	0,06	6,38	0,11	0,09	0,62

Можно отметить устойчивое снижение доли абонентских баз пассивных компаний и соответствующее повышение доли компаний с положительным приростом абонентской базы. Доля активных лидеров на рынке в последние два года стабилизировалась на уровне 75-80%. Следует отметить и особенность ситуации 2009-го года, характеризующейся высокой долей абонентов компаний новичков. В данный период на телекоммуникационном рынке начался активный процесс слияний и поглощений, периодически случающийся на современном телекоммуникационном рынке. Такой процесс может сопровождаться ликвидацией одного или нескольких юридических лиц и созданием новых. Абонентская база старых компаний переходит в распоряжение нового юридического лица. Соответственно абоненты поглощаемой компании самостоятельно принимают решение остаться сотрудничать с новым оператором связи, либо поменять провайдера. В таком случае компания-новичок, только получившая лицензию, сразу имеет большую абонентскую базу.

Динамика компаний каждой из групп предполагает несколько сценариев развития (рис.1).

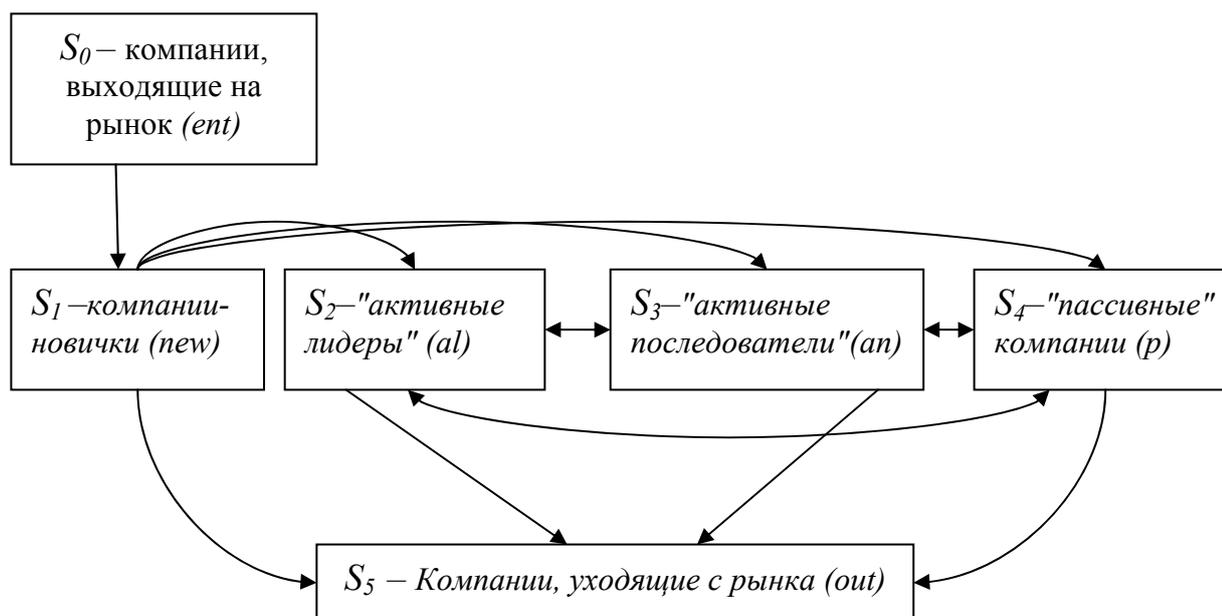


Рисунок 1. Схема мобильности компаний действующих на рынке доступа к сети Интернет и передачи данных

Новые игроки, только вошедшие на рынок, со временем могут вступить в активную игру, либо перейти в состояние пассивных компаний, либо уйти с рынка. То же касается активных (активных лидеров) и пассивных игроков: они могут сохранять свои позиции, либо перейти в противоположное состояние, либо уйти с рынка. Исследование динамики изменения состояний компаний рассматривается с точки зрения дискретной марковской цепи, когда число состояний конечно, а переходы процесса из одного состояния в другое связываются только с фиксированными моментами времени [3].

Балансовым условием данной системы является уравнение следующего вида:

$$\overline{N} = ent + new + al + an + p \quad (2)$$

$\overline{p0}$  – вектор вероятностей начальных состояний.

$\overline{p0}_i$  - вероятность пребывания абонентов в  $i$ -ом состоянии ( $i=0,1,\dots,5$ ), которая интерпретируется как доля абонентов соответствующего сегмента в совокупности  $N$ , точнее:

$$\begin{aligned} \overline{p0}_0 &= \frac{ent}{N}, & \overline{p0}_1 &= \frac{new}{N}, & \overline{p0}_2 &= \frac{al}{N}, \\ \overline{p0}_3 &= \frac{an}{N}, & \overline{p0}_4 &= \frac{np}{N}, & \overline{p0}_5 &= 0. \end{aligned}$$

Учитывая особенности функционирования системы, матрица вероятностей переходов  $P_t$  имеет следующий вид:

$$P_t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{1,2} & \lambda_{1,3} & \lambda_{1,4} & \lambda_{1,5} \\ 0 & 0 & \lambda_{2,2} & \lambda_{2,3} & \lambda_{2,4} & \lambda_{2,5} \\ 0 & 0 & \lambda_{3,2} & \lambda_{3,3} & \lambda_{3,4} & \lambda_{3,5} \\ 0 & 0 & \lambda_{4,2} & \lambda_{4,3} & \lambda_{4,4} & \lambda_{4,5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $\lambda_{ij}$  – вероятность перехода компании из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  в течение года, оцениваемая долей компаний  $i$ -го сегмента, осуществивших такой переход;

$\overline{p1}$  – вектор-столбец вероятностей конечных состояний. Тогда уравнение:

$$\overline{p1} = P_t^T \cdot \overline{p0} \quad (4)$$

задает марковскую модель в пределах каждого отдельного года.

На первом этапе численной реализации модели на основе эмпирической информации для каждого года были рассчитаны элементы матриц вероятностей переходов  $P_t$ .

Далее осуществлялось проецирование ситуации на следующий период, что соответствует заданию предполагаемой матрицы вероятностей переходов и вектора начального состояния, определяемого прогнозируемым числом компаний новичков.

Типичные матрицы вероятностей переходов были сформированы в двух вариантах: на основе средних и средневзвешенных значений эмпирических элементов матриц переходов, полученных для предыдущих периодов. При расчете средневзвешенных значений брались веса, равные 0,1, 0,2, 0,3 и 0,4 по мере приближения к текущему периоду.

В результате предполагаемые матрицы вероятностей переходов компаний внутри выделенных состояний в двух вариантах имеют вид:

$$P^{(m)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.090 & 0.167 & 0.701 & 0.042 \\ 0 & 0 & 0.875 & 0.125 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.033 & 0.483 & 0.467 & 0.017 \\ 0 & 0 & 0 & 0.132 & 0.718 & 0.15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad P^{(mw)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.086 & 0.208 & 0.672 & 0.033 \\ 0 & 0 & 0.9 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.053 & 0.507 & 0.413 & 0.027 \\ 0 & 0 & 0 & 0.144 & 0.689 & 0.167 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$P^{(m)}$  – матрица переходов, построенная на основе средних значений элементов;

$P^{(mw)}$  – матрица переходов, построенная на основе средневзвешенных значений.

Далее прогнозировалась краткосрочная динамика численности компаний-новичков (*ent*). В качестве метода прогнозирования использовалась экспоненциальная скользящая средняя, соответствующая рекуррентному соотношению:

$$\hat{y}_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot \hat{y}_{t-1}, \quad (5)$$

где  $\alpha$  - параметр сглаживания ( $0 < \alpha < 1$ ).

Последовательно выбирались значения параметра  $\alpha = 0,1; 0,2; \dots; 0,9$ , рассчитывались сглаженные уровни  $\hat{y}_i$ , а на их основе величина

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2,$$

где  $y_i$  – фактическая численность компаний новичков,

$\hat{y}_i$  – экспоненциально сглаженное значение численности компаний новичков.

Минимальная сумма квадратов отклонений фактической численности компаний новичков от численности, полученной при помощи экспоненциального сглаживания, соответствовала значению  $\alpha = 0,5$ . Отсюда оценка прогнозного значения численности компаний новичков при помощи экспоненциальной скользящей средней с найденным параметром сглаживания, составила  $\hat{y}_p = 6$  (полученное значение округлено до целого числа).

Численная реализация марковской модели по спроецированным сценариям производилась средствами программного пакета Mathcad 2010 [5].

В результате нами получены два варианта прогноза изменения численности компаний по выделенным категориям на конец 2012 г., при условии сохранения ситуации на рынке (табл.3). Первый вариант – на основе усредненной матрицы вероятностей переходов  $P^{(m)}$ , второй вариант – на основе средневзвешенной матрицы  $P^{(mw)}$ .

Таблица 3

Прогноз изменения численности компаний по выделенным категориям на 2012 г.

Категории компаний	1 вариант	2 вариант
новые компании	6	6
активные лидеры	4	4
активные последователи	8	8
пассивные компании	24	23
ушедшие с рынка	4	5

Как видим, прогнозные значения численности компаний по выделенным категориям на конец 2012 года в обоих вариантах практически не отличаются друг от друга. Составление краткосрочного прогноза (при условии сохранения существующих тенденций развития предложения на рынке) показало, что к концу 2012 года по сравнению с 2011 годом, число компаний категории "активных лидеров" сохраниться и будет равно 4. Число "активных последователей" увеличится на 2 компании, и будет равно 8, число "пассивных компаний" уменьшится и составит 24-25 компаний, с рынка уйдут 4-5 игроков. Таким образом, к концу 2012 года общее количество игроков рынка незначительно увеличится с 40 до 41-42 игроков.

Предложенная марковская модель численности и структуры предложения Интернет-услуг позволяет прогнозировать его изменение на краткосрочную перспективу. Данная модель представлена как целостная, динамично развивающаяся во времени система; предположения об основных механизмах функционирования этой системы избавлены от излишних подробностей и легко формализуются. Достоинством предложенной модели является ее открытость, при поступлении новых данных модель легко корректируется, и работает при различных сценариях развития рынка.