

## ФОРМИРОВАНИЕ ТРЕБОВАНИЙ К АНАЛИТИЧЕСКОМУ И МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ВЫБОРА УЧЕБНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ДЛЯ АБИТУРИЕНТОВ

П.В. Молчанов, Д.С. Смирнов

Павел Валентинович Молчанов\* (ORCID 0009-0000-4535-5874), Дмитрий Сергеевич Смирнов (ORCID 0000-0002-8683-4430)

Научно-исследовательский ядерный университет МИФИ, Каширское ш., 31, Москва, 115049, Россия  
E-mail: elsy1999@yandex.ru\*, dssmirnov@mephi.ru

*Данная статья посвящена исследованию рекомендательных систем выбора учебных направлений российских вузов. Структура работы включает введение, описание метода коллаборативной фильтрации, процесс сбора данных, предварительную фильтрацию, преобразование данных, расчет схожести между целевым абитуриентом (которому необходимо дать рекомендацию) и студентами, а также оценку соответствия учебных направлений для оптимальной генерации рекомендаций. Целью является формирование требований к аналитическому и математическому обеспечению рекомендательной системы для абитуриентов. Задачи исследования: выявление недостатков существующих сервисов; определение структуры учитываемых параметров абитуриента, с точки зрения полезности использования и доступности; сравнительный анализ используемых математических и инструментальных методов; составить анкету для сбора информации; иллюстрация возможности применения исследованных методов на полученной информации.*

*Методологической основой работы выступает метод коллаборативной фильтрации основанный на пользовательских данных. В работе используется взвешенное косинусное сходство для определения степени схожести между целевым абитуриентом и студентами, уже сделавшими свой выбор. Для сбора данных применяется специально разработанный опросник, включающий вопросы о предпочтениях, интересах и способностях абитуриентов.*

*Результаты исследования демонстрируют эффективность предложенного алгоритма и его соответствие поставленным требованиям. В заключении отмечены ограничения текущей реализации и предлагаются направления дальнейшего развития, включая расширение базы данных, внедрение контентной фильтрации и создание веб-сервиса для практического применения алгоритма.*

**Ключевые слова:** рекомендательная система, метод коллаборативной фильтрации, мера схожести, поступление в ВУЗ, абитуриент.

## FORMATION OF REQUIREMENTS FOR ANALYTICAL AND MATHEMATICAL SUPPORT OF THE RECOMMENDATION SYSTEM FOR SELECTING STUDY DIRECTIONS FOR APPLICANTS

P.V. Molchanov, D.S. Smirnov

Pavel V. Molchanov\* (ORCID 0009-0000-4535-5874), Dmitry S. Smirnov (ORCID 0000-0002-8683-4430)

National Research Nuclear University MEPHI, Kashirskoe sh., 31, Moscow, 115049, Russia

E-mail: elsy1999@yandex.ru\*, dssmirnov@mephi.ru

*The article explores recommendation systems for selecting academic programs in Russian universities. The paper includes an introduction, a description of the collaborative filtering method, the data collection process, preliminary filtering, data transformation, the calculation of similarity between the target applicant (who needs recommendations) and current students, as well as an assessment of the correspondence of academic programs for optimal recommendation generation. The objective is to formulate of*

*requirements for analytical and mathematical support of a recommendation system for university applicants. Research tasks: to identify shortcomings of existing services; to define the structure of applicant parameters to be considered in terms of usefulness and accessibility; to conduct a comparative analysis of mathematical and instrumental methods used; to design a questionnaire for data collection; to demonstrate the applicability of the studied mathematical methods on the collected data.*

*The methodological foundation of the study is collaborative filtering based on user data. The paper employs weighted cosine similarity to determine the degree of similarity between the target applicant and epy students who have already made their choice. Data is collected using a specially designed questionnaire that includes questions about applicants' preferences, interests, and abilities.*

*The results demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm and its adequacy for the set requirements. The conclusion outlines the limitations of the current implementation and suggests directions for further development, including expanding the database, integrating content-based filtering, and creating a web service for practical application of the algorithm.*

**Keywords:** recommendation system, collaborative filtering method, similarity measure, university admission, applicant.

#### Для цитирования:

Молчанов П.В., Смирнов Д.С. Формирование требований к аналитическому и математическому обеспечению рекомендательной системы выбора учебных направлений для абитуриентов. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством» [Ивэкофин]*. 2025. № 02(64). С. 83-94. DOI: 10.6060/ivecofin.2025642.725

#### For citation:

Molchanov P.V., Smirnov D.S. Formation of requirements for analytical and mathematical support of the recommendation system for selecting study directions for applicants. *Ivecofin*. 2025. N 02(64). P. 83-94. DOI: 10.6060/ivecofin.2025642.725 (in Russian)

#### ВВЕДЕНИЕ

Современная система высшего образования в России переживает этап масштабных преобразований. Эти изменения связаны с глобальными вызовами, такими как цифровая трансформация, новые требования рынка труда и необходимость повышения доступности образования. Государство, осознавая важность синхронизации требований к образовательному процессу и содержания обучения, поддерживает образовательные инновации, создавая возможности и среду для реализации сетевых программ, академической мобильности, получения дипломов по нескольким квалификациям [1]. Одним из ключевых факторов реформы стала цифровизация, которая кардинально меняет подходы к обучению и поступлению в вузы. Цифровые технологии проникают во все сферы высшего образования:

- Дистанционное обучение – онлайн-курсы, вебинары и смешанные форматы позволяют получать знания из любой точки страны.
- Цифровые платформы – такие как "СЦОС" (Современная цифровая образовательная среда) и "Госуслуги" упрощают подачу документов и доступ к образовательным ресурсам. Разработан суперсервис "Поступление в вуз онлайн".
- Искусственный интеллект – помогает в проверке работ, адаптивном обучении и прогнозировании успеваемости студентов.

- Электронное портфолио – учитывает достижения абитуриентов не только по ЕГЭ, но и по олимпиадам, проектной деятельности.

Система высшего образования в России продолжает трансформироваться, и в ближайшие годы абитуриентов ждут значительные изменения в правилах приема. Эти нововведения направлены на повышение доступности образования, учет индивидуальных достижений студентов и интеграцию цифровых технологий. Однако, такая проблема выбора ВУЗа абитуриентами по-прежнему остается нерешенной. Перед поступлением абитуриенты понимают, что им необходимо хорошо написать Единый Государственный Экзамен (ЕГЭ). Однако, далеко не все абитуриенты понимают, где именно они хотят учиться и на каких направлениях. Обычно абитуриенты точно знают, какие предметы в рамках ЕГЭ они будут сдавать, однако для одних и тех же предметов существуют сотни различных направлений в разных вузах. Среди такой вариативности различных направлений очень сложно определиться, особенно при отсутствии должного опыта или знакомых, которые могли бы поделиться советом. А ведь этот вопрос крайне важный, поскольку от успешности поступления и дальнейшего образования абитуриента напрямую зависит его будущее трудоустройство [2-3]. Существуют различные тесты на профессио-

нальную ориентацию [4], однако они не рекомендуют абитуриентам конкретные направления подготовки, а значит, являются малоэффективными в вопросе выбора направления и ВУЗа. Также существуют системы, которые подбирают направление для абитуриента исходя из его баллов на ЕГЭ, однако такие системы лишь отделяют те направления, куда абитуриент сможет поступить по своим результатам от тех, куда он, к сожалению, не проходит. Более того, большинство абитуриентов хотят определиться с выбором учебного направления до того, как будут известны результаты ЕГЭ. Решением этого вопроса является разработка рекомендательной системы, которая исходя из интересов, возможностей и предпочтений человека будет предлагать ему конкретные направления в конкретных ВУЗах. В отечественной литературе представлено мало тематик и источников, связанных с рекомендательными системами для абитуриентов [5-7]. В некоторых из них были найдены существенные недостатки:

- 1) Нет описания собранных данных. Не уточняются источники, объем выборки и, что самое главное, свойства этих данных. Из-за этого невозможно сделать вывод о том, какую информацию эти данные из себя представляют;
- 2) Отсутствует элемент предиктивности. Учебные направления просто фильтруются по определенным признакам, что, по сути, не является рекомендательной системой;
- 3) Имеются ошибки в расчетах.

Вопрос выбора направления обучения крайне важен. Вице-премьер правительства России Дмитрий Чернышенко провел совещание по организации приемной кампании в вузах. Ключевой темой обсуждения стало внедрение рекомендательных технологий в суперсервис «Поступление в вуз онлайн» – инструментов, которые помогут абитуриентам сделать осознанный выбор на основе их интересов и возможностей [8].

#### СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫХ СЕРВИСОВ

Несмотря на растущий спрос на цифровые решения в образовании, полноценных рекомендательных платформ, сочетающих профориентацию, анализ поступления и персонализацию, остается крайне мало. На практике, среди доступных и широко известных рекомендательных сервисов для абитуриентов в России и за рубежом можно выделить лишь несколько ключевых решений. В российской образовательной экосистеме наиболее развитым является платформа «Поступи Онлайн», предоставляющая комплексные инструменты для выбора профессии и вуза. Среди зарубежных аналогов выделяются AdmitYogi и

CollegeAI, использующие технологии искусственного интеллекта для прогнозирования поступления в университеты США. В данном разделе проводится сравнительный анализ их функциональности, возможностей и ограничений.

Рекомендательный сервис в рамках платформы Поступи Онлайн. Postupi.online представляет собой комплексную цифровую платформу для профессиональной ориентации и выбора образовательной траектории. За счет большой базы данных, платформа позволяет осуществлять поиск по профессиям (каталог из 2500 профессий с информацией о заработных платах и перспективах трудоустройства), учебным заведениям, специальностям и конкретным образовательным программам, а также фильтровать их по различным параметрам (баллы ЕГЭ, стоимость обучения, конкурс). Система предоставляет различные профориентационные инструменты:

- адаптированные версии тестов Резапкиной, Голланда и Климова;
- возможность получения рекомендаций не только по профессиям, но и по конкретным программам обучения.

Также в Поступи Онлайн предоставляется возможность анализа поступления. Для этого на сайте представлены:

- калькулятор вероятности зачисления на основе баллов ЕГЭ;
- сравнительный анализ образовательных программ по различным критериям;
- подробная информация о профилях подготовки (специализациях).

В платформе также имеются некоторые персонализированные функции, например:

- личный кабинет для сохранения и сравнения вариантов;
- пошаговые инструкции по поступлению в конкретные вузы;
- возможность настройки интерфейса под выбранное учебное заведение.

Также в рамках платформы реализован бот «Поступи с ИИ». На сайте заявляют, что бот предоставляет рекомендации по выбору профессий, вузов, колледжей и программ обучения, основываясь на интересах, истории просмотров и других данных пользователей. В рамках эксперимента была заведена учетная запись и пройден опрос для получения рекомендации. Он включает вопросы про цель (поступить в ВУЗ, поступить в колледж, поступить в ВУЗ или колледж), год рождения, планируемый год поступления и интересующую область и города обучения. После этого идет перечень вопросов про средние оценки, результаты ОГЭ и ЕГЭ и олимпиады. Никаких вопросов про интересы и предпочтения

пользователей в опросе нет, а, следовательно, полноценную рекомендацию на основе портрета пользователя сервис предоставить не может. Помимо этого, сервис имеет ряд ограничений и проблемных зон. Тесты профориентации (Резапкиной, Голланда, Климова) дают общие рекомендации и не всегда учитывают современные тенденции рынка труда. Калькулятор ЕГЭ оценивает вероятность поступления на основе прошлогодних проходных баллов, но не учитывает изменения конкурса, новые программы, внезапный рост популярности вуза.

Также существуют зарубежные аналоги рекомендательных сервисов:

- AdmitYogi ([admityogi.com](http://admityogi.com)).

AdmitYogi ([admityogi.com](http://admityogi.com)) представляет собой инновационный аналитический сервис, использующий технологии искусственного интеллекта и big data для прогнозирования вероятности поступления абитуриентов в университеты США. Система основана на комплексном анализе множества факторов, включая академические показатели (GPA, результаты SAT/ACT/GRE/GMAT), внеучебные достижения (исследовательская деятельность, волонтерство, лидерские позиции) и качество мотивационных материалов (эссе, рекомендательные письма). Для обработки данных сервис применяет современные алгоритмы машинного обучения, такие как метод k-ближайших соседей (k-NN) для сравнительного анализа с успешными кандидатами прошлых лет, Random Forest для выявления ключевых факторов успеха, а также технологии NLP (Natural Language Processing) для оценки содержания и стилистики эссе. На выходе система генерирует детализированный отчет, содержащий не только прогноз вероятности зачисления в конкретные учебные заведения, но и персонализированные рекомендации по усилению конкурентных преимуществ абитуриента. Несмотря на очевидные преимущества, включая объективность оценки, основанной на статистических данных, и существенную экономию времени при подготовке к поступлению, сервис имеет ряд существенных ограничений. Основные проблемы связаны с потенциальным смещением выборки (bias), обусловленным нерепрезентативностью данных, недостаточной прозрачностью алгоритмов ("эффект черного ящика"), а также узкой специализацией на американской системе высшего образования. Перспективы развития платформы видятся в интеграции методов Explainable AI для повышения прозрачности принимаемых решений, расширении базы данных за счет включения информации о вузах других стран, а также

внедрении генеративных языковых моделей (LLM) для оптимизации процесса написания мотивационных писем.

- CollegeAI ([collegeai.com](http://collegeai.com)).

CollegeAI ([collegeai.com](http://collegeai.com)) представляет собой интеллектуальную платформу, использующую передовые технологии искусственного интеллекта и предиктивной аналитики для оптимизации процесса выбора высших учебных заведений и подготовки к поступлению. Система анализирует комплекс параметров, включая академическую успеваемость (GPA, стандартизированные тесты SAT/ACT), внеучебные достижения, предпочтения в обучении и карьерные aspirations, сопоставляя их с требованиями и профилем успешных абитуриентов различных университетов. Для обработки данных платформа задействует современные алгоритмы машинного обучения, в частности градиентный бустинг (XGBoost) для построения точных прогностических моделей и методы кластерного анализа для сегментации учебных заведений по уровню соответствия пользователю. Результатом работы системы является персонализированный рейтинг вузов с указанием вероятности поступления, а также рекомендации по улучшению конкурентных преимуществ абитуриента. Ключевым отличием CollegeAI от аналогичных сервисов является расширенный функционал профориентации, включающий анализ соответствия специальностей личностным характеристикам и профессиональным склонностям пользователя. Однако платформа имеет ряд ограничений, связанных преимущественно с ориентацией на американский рынок высшего образования и зависимостью качества прогнозов от полноты введенных данных. Перспективы развития системы включают интеграцию нейросетевых языковых моделей для анализа мотивационных писем, расширение базы данных за счет включения европейских и азиатских университетов, а также разработку мобильного интерфейса для повышения доступности сервиса. Реализация этих усовершенствований позволит CollegeAI укрепить свои позиции в качестве комплексного решения для академического и карьерного планирования.

#### АНАЛИЗ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА

Для того чтобы разработать рекомендательную систему, в первую очередь необходимо определиться с алгоритмом выдачи рекомендаций. Есть несколько методов, которые могут использоваться для генерации рекомендаций, например:

- Логистическая регрессия.

Логистическая регрессия является одним из базовых и интерпретируемых методов ма-

шинного обучения, применяемых для задач бинарной и многоклассовой классификации. В рекомендательной системе по выбору учебного направления она может использоваться для оценки вероятности того, что конкретное направление подойдет абитуриенту с заданным профилем. Входными данными модели выступают векторы признаков  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^m$ , включающие интересы, академические достижения, способности, результаты профориентационного тестирования и др. Для каждого направления  $d_j$  обучается отдельная модель логистической регрессии, вычисляющая вероятность по формуле:

$$P(y_{ij} = 1 | \mathbf{x}_i) = \sigma(\mathbf{w}_j^T \mathbf{x}_i + b_j) = \frac{1}{1 + e^{-(\mathbf{w}_j^T \mathbf{x}_i + b_j)}}$$

где  $\mathbf{w}_j$  – вектор весов;

$b_j$  – смещение;

$\sigma(\cdot)$  – сигмоидная функция.

Обучение модели производится на исторических данных путём максимизации логарифма правдоподобия:

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}, b) = \sum_{i=1}^n [y_i \log \sigma(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b) + (1 - y_i) \log(1 - \sigma(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b))]$$

После обучения система способна для нового абитуриента вычислить вероятности выбора по всем направлениям и сформировать персонализированный список рекомендаций на основе ранжирования значений  $P(y_{ij} = 1 | \mathbf{x}_i)$ . Метод логистической регрессии обладает рядом преимуществ: простота реализации, высокая интерпретируемость результатов, устойчивость при ограниченном объёме данных и возможность анализа вклада отдельных признаков в итоговый результат [9].

#### • Кластеризация

В рекомендательной системе по выбору учебного направления для абитуриентов методы кластеризации могут быть эффективно применены для группировки схожих абитуриентов или направлений обучения на основе многомерных признаков: интересов, способностей, оценок, предпочтений и иных компетенций. Метод **к-средних (k-means)** позволяет разделить абитуриентов на  $k$  кластеров с минимизацией внутрикластерной дисперсии, используя критерий оптимизации:

$$\operatorname{argmin}_C \sum_{i=1}^k \sum_{x \in C_i} \|x - \mu_i\|^2$$

где  $C_i$  – кластер;

$\mu_i$  – центр кластера;

$x$  – вектор признаков абитуриента. Полученные кластеры могут быть интерпретированы как сегменты пользователей с близкими профилями, для которых можно предлагать учебные направления, часто выбираемые аналогичными пользователями. Альтернативно, можно кластеризовать направления подготовки, чтобы при наличии профиля абитуриента сопоставить его с кластером направлений, наилучшим образом соответствующих его характеристикам. Метод **DBSCAN (Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise)** позволяет выявлять кластеры произвольной формы и устойчив к шуму в данных, что актуально при наличии выбросов или нерегулярных паттернов в предпочтениях абитуриентов. Кластеры формируются на основе плотности: точка  $p$  принадлежит кластеру, если в её  $\epsilon$ -окрестности содержится не менее  $\text{MinPts}$  точек. Формально:

$$N_\epsilon(p) = \{q \in D \mid \|p - q\| \leq \epsilon\},$$

и если  $|N_\epsilon(p)| \geq \text{MinPts}$ , то  $p$  – ядро кластера.

Такой подход позволяет гибко группировать пользователей и направления, не предполагая заранее количество кластеров. **Иерархическая кластеризация**, в свою очередь, полезна для анализа взаимосвязей между направлениями или абитуриентами на разных уровнях обобщения. Она строит дендрограмму, где можно выделить группы по различным уровням схожести, что позволяет формировать как широкие, так и специализированные рекомендации, адаптируемые под уровень детализации профиля абитуриента.

#### • Сиамские нейросети

Применение **сиамских нейронных сетей (Siamese Neural Networks, SNN)** в рекомендательной системе по выбору учебного направления позволяет решать задачу сопоставления абитуриентов и направлений на основе измерения степени их взаимной схожести в латентном признаковом пространстве. Сиамская архитектура состоит из двух идентичных нейронных сетей с общими весами, каждая из которых принимает на вход вектор признаков — один для абитуриента  $x_1$ , другой для направления подготовки  $x_2$ . Каждая из сетей преобразует вход в эмбединг  $f(x)$ , и модель обучается минимизировать расстояние между векторами схожих пар и максимизировать для различных. Классической функцией потерь является **контрастная функция потерь**:

$$L(x_1, x_2, y) = y \cdot D^2 + (1 - y) \cdot \max(0, m - D)^2$$

где  $y \in \{0, 1\}$  – метка схожести (1 для похожих пар);

$D = \|f(x_1) - f(x_2)\|_2$  – евклидово расстояние между эмбедингами;

$m$  – порог (margin), разделяющий положительные и отрицательные пары.

После обучения сиамская сеть способна сопоставлять новых абитуриентов с направлениями на основе расстояния в эмбединговом пространстве. Таким образом, система может генерировать рекомендации, ранжируя направления по мере убывания схожести с профилем пользователя. Такая архитектура особенно полезна в условиях ограниченного числа обучающих примеров для конкретных направлений (например, для редких специальностей) и хорошо масштабируется при добавлении новых направлений без необходимости переобучения всей модели. Кроме того, сиамская сеть может быть обучена с учетом мультидисциплинарных признаков, включая не только когнитивные способности и интересы, но и мотивационные, личностные и поведенческие характеристики абитуриента. Несмотря на преимущества сиамских нейронных сетей, их применение в рекомендательных системах для образования сопряжено с рядом методологических и практических сложностей. Ключевым ограничением является чувствительность к качеству и сбалансированности обучающих данных – при наличии систематических смещений в разметке (например, преобладание абитуриентов определенного профиля) модель может воспроизводить и усиливать эти диспропорции. Кроме того, эффективность контрастивного обучения во многом зависит от корректного выбора метрики расстояния и параметра margin, что требует дополнительных экспериментов с архитектурой. Перспективным направлением развития представляется гибридизация SNN с графовыми нейронными сетями (GNN), позволяющая учитывать не только парные сходства, но и структурные взаимосвязи между направлениями подготовки, формируя более целостное представление об образовательном пространстве [10].

- **Наивный байесовский классификатор**

Применение **наивного байесовского классификатора** в рекомендательной системе по выбору учебного направления абитуриентом основывается на вероятностной модели, которая оценивает апостериорную вероятность принадлежности абитуриента к определённому направлению обучения  $y \in Y$  (где  $Y$  – множество всех направлений) на основе наблюдаемых признаков  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , описывающих интересы, способности, баллы ЕГЭ, предпочтения и другие характеристики. Согласно теореме Байеса, апостериорная вероятность определяется как:

$$P(y | X) = \frac{P(y) \cdot P(X | y)}{P(X)},$$

где  $P(y)$  – априорная вероятность направления  $y$ ;

$P(X | y)$  – вероятность наблюдения признаков при условии выбора направления  $y$ ;

$P(X)$  – нормализующая константа. В рамках **наивного предположения** условной независимости признаков, модель упрощается:

$$P(y | X) \propto P(y) \cdot \prod_{i=1}^n P(x_i | y),$$

что делает алгоритм вычислительно эффективным даже при высокоразмерных входных данных. Модель обучается на исторических данных (например, профили поступивших студентов и их выбранные направления), после чего может использоваться для оценки вероятности соответствия каждого направления текущему абитуриенту. Рекомендация формируется на основе направления с максимальной апостериорной вероятностью:

$$y^* = \operatorname{argmax}_{y \in Y} P(y) \cdot \prod_{i=1}^n P(x_i | y).$$

Этот подход демонстрирует высокую интерпретируемость, устойчивость к шуму и применим даже при ограниченных объемах обучающих данных, что делает его удобным базовым решением в рекомендательных системах образовательной направленности.

- **Коллаборативная фильтрация**

Коллаборативная фильтрация (Collaborative Filtering, CF) представляет собой широко применяемый в рекомендательных системах метод, основанный на анализе исторических данных о взаимодействиях пользователей с объектами выбора. В образовательной сфере данный подход позволяет формировать персонифицированные рекомендации учебных направлений для абитуриентов, опираясь на паттерны выбора, демонстрируемые пользователями со схожими академическими профилями. Вычисление мер схожести осуществляется с использованием метрик косинусного сходства или корреляции Пирсона, что позволяет количественно оценить степень соответствия между элементами системы.

Существует два типа фильтрации:

- фильтрация, основанная на пользователях. При такой фильтрации прогнозируются направления, которые больше всего подходят абитуриенту, исходя оценок направлений, которые поставили другие абитуриенты, на которых похож рассматриваемый.
- фильтрация, основанная на контенте. При этом подходе прогнозируются направления, которые больше всего подходят абитуриенту, исходя из других направлений, которые он высоко оценил.

В нашей работе будет рассматриваться фильтрация, основанная на пользователях, однако не исключено, что в следующих работах мы обратимся к контентному подходу. Современные исследования демонстрируют перспективность гибридных подходов, сочетающих коллаборативную фильтрацию с методами матричной факторизации и контентного анализа, что позволяет нивелировать указанные ограничения и повысить точность рекомендаций в образовательной сфере. Это может быть полезно для обогащения собранных данных – например, для прогнозирования направлений абитуриентов, которые уже сделали свой выбор и проставили оценки, однако этих направлений и оценок недостаточно, и мы хотим получить еще.

#### ТРЕБОВАНИЯ К РЕКОМЕНДАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Формирование требований к аналитическому и математическому обеспечению рекомендательной системы выбора учебных направлений представляет собой ключевой этап в разработке архитектуры решения. Для обеспечения высокой точности, адаптивности и интерпретируемости системы необходимо выделить совокупность требований, охватывающих все уровни обработки данных — от их сбора до получения итоговых рекомендаций. Требования можно разделить на 4 вида:

##### 1) Требования к данным

Система должна оперировать многомерными характеристиками абитуриентов, охватываемыми когнитивные, поведенческие и академические параметры. Важным требованием является формализуемость и машиночитаемость указанных данных, что предполагает возможность их векторизации, нормализации и последующего применения в алгоритмах машинного обучения. Также необходима устойчивость к отсутствующим значениям и возможность масштабирования структуры анкеты без нарушения логики обработки. В системе должны храниться два основных типа данных:

- Профиль абитуриента – многомерные характеристики, включающие когнитивные (баллы ЕГЭ, олимпиады), поведенческие (активность, предпочтения) и академические (оценки, успеваемость) параметры. Данные должны быть формализованы, машиночитаемы (векторизуемы, нормализуемы) и устойчивы к пропускам.
- Информация об образовательных программах – структурированные сведения о вузах, направлениях подготовки, проходных баллах, учебных планах, специализациях, стоимости обучения и карьерных перспективах.

Данные должны регулярно обновляться и включать как количественные (конкурс, средний балл), так и качественные (описание программ, требования) параметры.

##### 2) Аналитические требования

Алгоритмическая основа рекомендательной системы должна обеспечивать:

- использование метода, позволяющего учитывать многомерную схожесть между пользователями
- адаптацию к изменениям базы данных (динамическое добавление новых пользователей и направлений);
- возможность интерпретации результатов (прозрачность механизма формирования рекомендаций);
- поддержку модульности (возможность интеграции дополнительных источников информации и гибридных методов, включая контентную фильтрацию и мета-рекомендательные).

##### 3) Математические требования

Система должна обеспечивать:

- применение метрик сходства, устойчивых к различиям в шкалах признаков
- нормализацию входных признаков для недопущения их дисбаланса в итоговых расчетах;
- поддержку взвешенного агрегирования оценок;
- устойчивость к выбросам и шуму в данных.

Также алгоритм должен сохранять работоспособность при ограниченном объеме обучающей выборки, что особенно важно на ранних этапах внедрения системы.

##### 4) Функциональные и пользовательские требования

Система должна обеспечивать:

- генерацию рекомендаций для конкретного пользователя на основе данных, сопоставимых с историческими профилями поступивших студентов;
- возможность предварительной фильтрации направлений по заданным критериям (например, город, форма обучения, предметы ЕГЭ);
- адаптацию рекомендаций под изменяющиеся предпочтения пользователя;
- масштабируемость для применения в веб-сервисах или мобильных приложениях.

Все вышеописанные требования относятся к рекомендательной системе в целом. Для реализации прототипа рекомендательной системы необходимо и достаточно, чтобы он соответствовал математическим требованиям и требованиям к данным. Эти требования легли в основу построения рекомендательной модели, основанной на методе коллаборативной фильтрации, описанной в следующем разделе.

### АЛГОРИТМ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИЙ ТРЕБОВАНИЯМ НА ПРИМЕРЕ МЕТОДА КОЛЛАБОРАТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Для реализации алгоритма было отдано предпочтение методу коллаборативной фильтрации, поскольку другие методы обладают существенными недостатками по сравнению с ней. Логистическая регрессия демонстрирует низкую эффективность в условиях высокоразмерных разреженных данных (например, взаимодействия пользователей с контентом), поскольку предполагает линейную разделимость признаков и не учитывает скрытые взаимосвязи между пользователями и объектами. Кластеризация (K-means, DBSCAN и др.) страдает от проблемы "жесткого" распределения объектов по кластерам, что приводит к потере индивидуальных предпочтений пользователей, а также требует предварительного определения числа кластеров, что субъективно и не всегда соответствует реальной структуре данных. Сиамские нейронные сети, несмотря на способность к парному сравнению объектов, требуют большого объема размеченных данных для обучения и плохо адаптируются к динамически изменяющемуся ассортименту рекомендаций (например, появлению новых учебных программ). Наивный байесовский классификатор критически зависит от предположения о независимости признаков, что редко выполняется в реальных данных, а также игнорирует временную динамику предпочтений, что снижает точность рекомендаций. В отличие от этих методов, коллаборативная фильтрация (особенно матричная факторизация) эффективно выявляет латентные паттерны взаимодействий пользователей и объектов без жестких предположений о природе данных, однако и она имеет ограничения, такие как "холодный старт" и склонность к усилению популярных объектов. Тем не менее, этот метод отлично подходит для использования в рекомендательном сервисе, поскольку:

- 1) Метод позволяет находить потенциально интересные вузы даже для тех абитуриентов, у которых еще нет конкретных предпочтений касательно учебных направлений. Это возможно благодаря принципу "Если пользователи А и В проявляют схожие интересы, вероятно, они предпочтут похожие учебные направления".
- 2) CF учитывает не только традиционные критерии (например, ЕГЭ, рейтинги вузов), но и уникальные предпочтения пользователей, выявляя скрытые паттерны.

- 3) Не требует явного описания параметров вузов (например, дисциплин, преподавателей), что важно при наличии большого количества учебных направлений и динамически меняющихся программ. Однако, для более точного анализа, можно включить в алгоритм, основанный на коллаборативной фильтрации, и контентный подход.

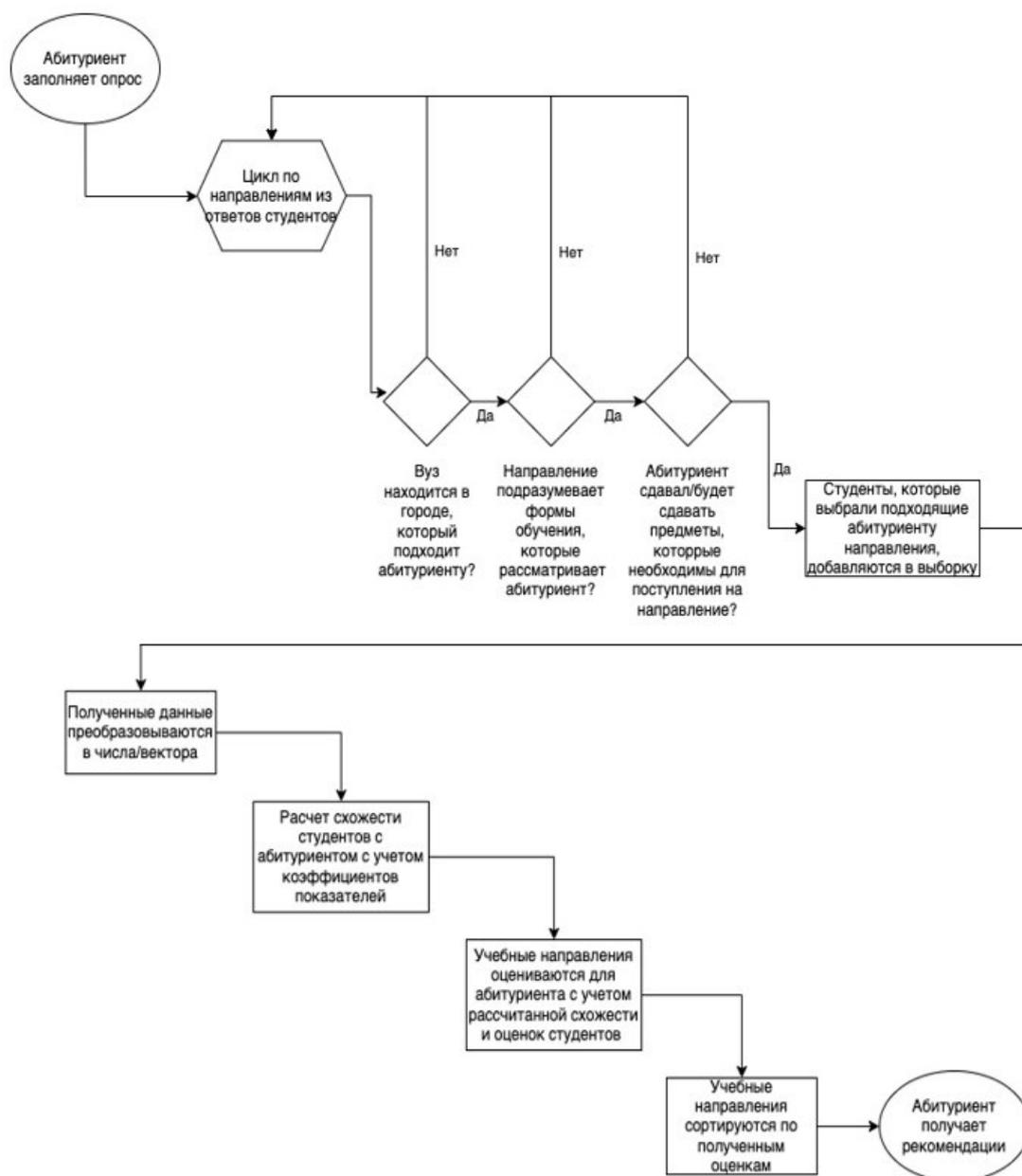
Для использования коллаборативной фильтрации необходимо собрать данные об абитуриентах. Данные можно поделить на два вида:

- Данные о студентах, которые сделали свой выбор и поступили. У этих абитуриентов запрашиваются направления, между которыми они выбирали при поступлении, и оценки, которые соответствуют тому, насколько эти абитуриенты хотели туда поступить, а также данные об их интересах, предпочтениях и способностях. На основании этих данных будут генерироваться рекомендации тех абитуриентов, которые еще не определились с выбором.
- Данные об абитуриентах, которые еще не определились с направлением и хотят получить рекомендацию. Их данных будут использоваться для расчета схожести с уже поступившими студентами для последующей генерации рекомендаций рекомендациями этим абитуриентам.

Датасет собран с помощью анкетирования, включающего более 20 вопросов, направленных на изучение образовательных предпочтений, академических интересов, карьерных ориентаций и личностных характеристик респондентов. Анкета охватывает следующие аспекты:

- Географические и институциональные предпочтения (город обучения, рейтинг вуза, популярность факультета).
- Академическая успеваемость (средний балл по профильным и непрофильным предметам, выбор предметов ЕГЭ).
- Образовательные и карьерные приоритеты (готовность к платному обучению, предпочтения по сложности учебы, интерес к исследованиям, желаемая профессия).
- Личностные и поведенческие характеристики (коммуникативные навыки, склонность к творчеству или логике, предпочтения по формату работы, стрессоустойчивость).

Ниже представлена блок-схема алгоритма:



**Блок-схема алгоритма выдачи рекомендаций**  
**Flowchart of the recommendation algorithm**

Для того чтобы результаты выполнения метода были наиболее точные, направления можно предварительно отфильтровать по свойствам, участие которых в прогнозировании не несет обязательный характер [11]. Это такие свойства, как:

- город, в котором планирует обучаться абитуриент;
- предметы, которые абитуриент планирует сдавать на ЕГЭ;
- рассматривает ли абитуриент платную основу обучения (таким образом, можно отбросить специальности, не подразумевающие бюджет).

Имеются данные о студентах и данные о том, между какими ВУЗами они выбрали при

поступлении. И есть целевой абитуриент, которому необходимо дать рекомендацию.

После того, как данные отфильтровали, необходимо привести их в нужный формат для дальнейших вычислений. Поскольку для вычисления схожести и оценок направлений будут использоваться математические формулы, необходимо перевести полученные данные о студентах в цифры. Для преобразования категориальных переменных будет использована векторизация. Также в опросе имеются значения, которые не имеют порядкового признака, а лишь показывают наличие или отсутствие свойства [12]. Такие значения можно преобразовать с помощью бинарного кодирования.

Данные об успеваемости можно не кодировать, поскольку они и так представлены в числовых значениях. Однако для того, чтобы их вклад не превышал остальные показатели, нормализуем эти показатели. Нормализацией называется преобразование численных данных в диапазон с заданными значениями [7]. Используем для этого минимаксную нормализацию (Min-Max Scaling), которое приводит значения к диапазону от 0 до 1 по формуле:

$$X_{\text{норм}} = \frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}}$$

где  $X$  - исходное значение успеваемости;

$X_{\min}$ - минимальная успеваемость среди всех абитуриентов;

$X_{\max}$ - максимальная успеваемость среди всех абитуриентов;

$X_{\text{норм}}$ - нормализованное значение, которое будет в пределах [0, 1].

Согласно методу коллаборативной фильтрации, необходимо сначала рассчитать схожесть целевого абитуриента с остальными участникам опроса. Схожесть вычисляется как косинусное сходство [13]. Косинусное сходство – это метрика, которая измеряет схожесть двух векторов в многомерном пространстве. Она вычисляется как косинус угла между двумя векторами [12]. Если векторы направлены в одну сторону, косинусное сходство близко к 1; если они перпендикулярны, сходство равно 0; если направлены в противоположные стороны, сходство близко к -1.

Для двух векторов  $A$  и  $B$  косинусное сходство вычисляется по формуле:

$$\text{Similarity}_{\cos}(A,B) = \frac{A \cdot B}{\|A\| \cdot \|B\|}$$

где  $A \cdot B$  – скалярное произведение векторов  $A$  и  $B$ ;

$\|A\|$  и  $\|B\|$  – длины (нормы) векторов  $A$  и  $B$ .

Формула скалярного произведения:

$$A \cdot B = \sum_{i=1}^n A_i * B_i$$

Длина вектора вычисляется как квадратный корень из суммы квадратов его элементов:

$$\|A\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2} \quad \|B\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n B_i^2}$$

Итого, формула косинусного сходства принимает следующий вид:

$$\text{Similarity}_{\cos}(A,B) = \frac{\sum_{i=1}^n A_i * B_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^n B_i^2}}$$

Однако мы понимаем, что не все показатели имеют одинаковую важность при выборе учебного направления. Поэтому нужно расставить показателям веса, чтобы более важные показатели вносили больший вклад в получение результатов. С учетом весов формула косинусного сходства будет следующей:

$$\text{Similarity}_{\cos}(A,B) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i * A_i * B_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n w_i * A_i^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i * B_i^2}}$$

После того, как показатели схожести целевого абитуриента и остальных рассчитаны, нужно провести оценку соответствия учебных направлений целевому абитуриенту. Для этого воспользуемся следующей формулой:

$$R_{cj} = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{Similarity}_{\cos}(Ac, A_i) * R_{ij})}{\sum_{i=1}^n \text{Similarity}_{\cos}(Ac, A_i)}$$

где  $R_{cj}$  – Оценка соответствия  $j$ -го направления интересам целевого пользователя;

$\text{Similarity}_{\cos}(Ac, A_i)$  – косинусное сходство целевого абитуриента с  $i$ -ым;

$R_{ij}$  – оценка  $j$ -го учебного направления  $i$ -ым пользователем (то, насколько он был заинтересован направлением при поступлении).

В этой формуле оценки, представленные пользователями, умножаются на их сходства с целевым. Косинусное сходство показывает степень схожести целевого пользователя на уже поступивших студентов. Чем больше это значение, тем больше вклад оценок  $R_{ij}$  схожих с целевым абитуриентом студентов в итоговый результат. Если абитуриент мало похож на целевого пользователя, его оценки направлений должны играть меньшую роль в итоговом решении. Это логично, поскольку, чем ближе человек к вам по интересам, тем лучше его выбор подходит и для вас [14-16].

Нормализация через сумму сходств (деление) необходимо для того, чтобы итоговые рейтинги для направлений находились в одном диапазоне независимо от числа оценивших их пользователей. Без деления на сумму сходств итоговые оценки направлений могут расти с увеличением числа абитуриентов [17]. То есть, если больше пользователей оценили какое-то направление, оно автоматически получит большую итоговую оценку, даже если это не связано с предпочтениями целевого пользователя.

Для реализации алгоритма будет использоваться язык программирования Python. Для работы с табличными данными будет использоваться библиотека Pandas, ключевой структурой которой является DataFrame. Для работы с массивами мы воспользуемся библиотекой NumPy. Косинусное сходство будет рассчитано с помощью библиотеки Sklearn с использованием метода Cosine\_similarity. Код будет написан локально в среде разработки Visual Studio Code и развернут на Ubuntu сервере. В качестве базы данных мы будем использовать PostgreSQL, а для удобства работы с ней – СУБД DBEaver. База данных будет располагаться на том же сервере, где и код.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе были сформулированы и обоснованы требования к аналитическому и

математическому обеспечению рекомендательной системы, предназначенной для поддержки абитуриентов при выборе учебных направлений в российских вузах. С учетом существующих ограничений в действующих решениях, были определены ключевые характеристики, которым должна соответствовать подобная система: полнота и формализуемость входных данных, устойчивость к неполноте информации, интерпретируемость результатов, модульность архитектуры и адаптивность к изменению пользовательских предпочтений.

В соответствии с выдвинутыми требованиями разработан алгоритм, основанный на методе коллаборативной фильтрации, реализующий персонализированную рекомендацию учебных направлений на основе оценки схожести между целевым абитуриентом и студентами, уже осуществившими выбор. В алгоритме применены современные методы нормализации, векторизации и расчета взвешенного косинусного сходства, что обеспечивает точность и обоснованность выдаваемых рекомендаций. Основные преимущества разработанного алгоритма:

1. Учет многомерных данных о пользователе, включая не только академические показатели, но и личностные характеристики, интересы и предпочтения.
2. Предварительная фильтрация направлений по объективным критериям (город, предметы ЕГЭ, форма обучения), что повышает точность рекомендаций.
3. Использование взвешенного косинусного сходства, позволяющего придавать разным характеристикам различную значимость при расчете схожести абитуриентов.
4. Прозрачность алгоритма и возможность объяснить полученные результаты.

Ограничения текущей реализации алгоритма:

1. Небольшой объем выборки, что может снижать точность рекомендаций.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Гвоздева Т.В., Смирнова Е.М.** Разработка системной модели формирования образовательных программ. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством» [Ивэкофин]*. 2024. № 3(61). С. 91-96. DOI: 10.6060/ivecofin.2024613.693.
2. **Коробова О.О., Рычихина Н.С., Сорокин Н.Д., Трошина М.А.** Перспективные формы работы, способствующие успешному трудоустройству выпускников вузов/образовательных учреждений в условиях динамичности рынка труда. *Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение*. 2023. № 1(73). С. 70-78. DOI: 10.6060/snt.20237301.00010.
3. **Задорожникова Е.Б.** Формирование готовности студентов вузов к профессиональной деятельности: теоретические аспекты и практический опыт. *Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение*. 2023. № 4(76). С. 6-16. DOI: 10.6060/snt.20237604.0001.

2. Субъективность в определении весов для различных характеристик при расчете косинусного сходства.
3. Отсутствие учета динамики изменения интересов и предпочтений абитуриентов со временем.
4. Ограниченное количество учебных направлений.

Направления дальнейшего развития:

1. Расширение базы данных о студентах и учебных направлениях для повышения точности рекомендаций.
2. Внедрение контентной фильтрации для обогащения рекомендаций на основе характеристик самих учебных направлений.
3. Разработка методики автоматического определения оптимальных весов для различных характеристик на основе обратной связи от пользователей.
4. Создание веб-сервиса или мобильного приложения для практического применения алгоритма абитуриентами.
5. Проведение лонгитюдного исследования для оценки удовлетворенности студентов выбранными направлениями на основе рекомендаций алгоритма.

Таким образом, разработанный алгоритм представляет собой эффективный инструмент поддержки принятия решений для абитуриентов при выборе учебных направлений. Он отвечает всем требованиям, поставленным к разработке рекомендательной системы, позволяет учитывать многомерные данные о пользователе и выдавать персонализированные рекомендации, соответствующие его интересам, предпочтениям и способностям. Дальнейшее развитие алгоритма и расширение базы данных позволит повысить точность рекомендаций и сделать его более доступным для широкого круга абитуриентов.

*Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.*

*The authors declare no conflict of interest.*

#### REFERENCES

1. **Gvozdeva T.V., Smirnova E.M.** Development of a system model for the formation of educational programs. *Ivecofin*. 2024. N 3(61). P. 91-96. DOI: 10.6060/ivecofin.2024613.693 (in Russian).
2. **Korobova O.O., Rychikhina N.S., Sorokin N.D., Troshina M.A.** Promising forms of work that contribute to the successful employment of graduates of universities/educational institutions in the conditions of dynamism of the labor market. *Modern high technologies. Regional application*. 2023. N 1(73). P. 70-78. DOI: 10.6060/snt.20237301.00010 (in Russian).
3. **Zadorozhnikova E.B.** Formation of university students' readiness for professional activity: theoretical aspects and practical experience. *Modern high technologies. Regional application*. 2023. N 4(76). P. 6-16. DOI: 10.6060/snt.20237604.0001 (in Russian).

4. **Хлобыстова А.О., Абрамов М.В., Тулупьева Т.В.** Категоризация профессиональных предпочтений в IT-сфере. *Управленческое консультирование*. 2024. № 3 (183). С. 141-153. DOI: 10.22394/1726-1139-2024-3-141-153.
5. **Колпакова Е.И., Лисина А.С., Яровая В.М.** Разработка автоматизированной рекомендательной системы для абитуриентов. В сб. «Молодежь и современные информационные технологии» XVII Межд. н.-пр. конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск: НИ ТПУ. 2020. С. 20.
6. **Яровая В.М., Колпакова Е.И., Лисина А.С.** Разработка функциональной модели веб-сервиса для выдачи рекомендаций по выбору онлайн курсов в системе электронного обучения. В сб. «Молодежь и современные информационные технологии» XVII Межд. н.-пр. конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск: НИ ТПУ. 2020. С. 22.
7. **Шумейко Е.А., Козлова М.Г.** Разработка и оценка эффективности гибридной системы рекомендаций. В сб. «Математика, информатика, компьютерные науки, моделирование, образование» н.-пр. конференции МИКМО-2017 и Таврической научной конференции студентов и молодых специалистов по математике и информатике. Симферополь: ИП Корниенко А.А. 2017. С. 178-185.
8. Российская газета. <https://rg.ru/2024/03/25/dmitrij-chernyshenko-chislo-abiturientov-etogo-goda-mozhet-prevysit-million.html>.
9. **Дронова О.Б.** Процессно-ориентированная модель конкурентоспособной корпорации. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством» [Ивэкофин]*. 2024. № 3(61). С. 59-71. DOI: 10.6060/ivecofin.2024613.690.
10. **Chicco D.** Siamese neural networks: An overview. *Artificial neural networks*. 2021. С. 73-94.
11. **Ломаш Д.А., Хлопин К.В.** Реализация рекомендательных систем на основе алгоритмов коллаборативной и контентной фильтрации. *Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения*. 2013. № 1. С. 75-84.
12. **Авербух В.Л., Манаков Д.В.** Анализ и визуализация «больших данных». <https://data2.lact.ru/f1/s/0/299/basic/1605/962/033.pdf>.
13. **Прохорова А.М.** Архитектура рекомендательного сервиса для выбора направления подготовки в вузе абитуриентами с использованием метода коллаборативной фильтрации машинного обучения. *Вестник университета*. 2024. № 5. С. 212-224.
14. **Акимов А.А., Валитов Д.Р., Кубряк А.И.** Предварительная обработка данных для машинного обучения. *Научное обозрение. Технические науки*. 2022. № 2. С. 26-31.
15. **Zhao Z.D., Shang M.S.** User-based collaborative-filtering recommendation algorithms on Hadoop. Third international conference on knowledge discovery and data mining. IEEE. 2010. С. 478-481.
16. **Sarwar B. et al.** Item-based collaborative filtering recommendation algorithms. Proceedings of the 10th international conference on World Wide Web. 2001. С. 285-295.
17. **Patro S., Sahu K.K.** Normalization: A preprocessing stage. <https://arxiv.org/abs/1503.06462>.
4. **Khlobystova A.O., Abramov M.V., Tulupyeva T.V.** IT job preference categorization. *Administrative consulting*. 2024. N 3 (183). P. 141-153. DOI: 10.22394/1726-1139-2024-3-141-153 (in Russian).
5. **Kolpakova E.I., Lisina A.S., Yarovaya V.M.** Development of an automated recommendation system for applicants. *Materials of the XVII Int. scientific-practical conference of students, postgraduates and young scientists "Youth and modern information technologies"*. Tomsk: TPU. 2020. P. 20 (in Russian).
6. **Yarovaya V.M., Kolpakova E.I., Lisina A.S.** Development of a functional web service model for issuing recommendations on choosing online courses in an e-learning system. *Materials of the XVII Int. scientific-practical conference of students, postgraduates and young scientists "Youth and modern information technologies"*. Tomsk: TPU. 2020. P. 22 (in Russian).
7. **Shumeyko E.A., Kozlova M.G.** Developing and evaluating a hybrid recommendation system. *Materials of the conference MIKMO-2017 and the Tavricheskaya scientific conference of students and young specialists in mathematics and informatics "Mathematics, informatics, computer science, modeling, education"*. Simferopol: IP Kornienko A.A. 2017. P. 178-185 (in Russian).
8. Rossiyskaya Gazeta. <https://rg.ru/2024/03/25/dmitrij-chernyshenko-chislo-abiturientov-etogo-goda-mozhet-prevysit-million.html> (in Russian).
9. **Dronova O.B.** A process-oriented model of a competitive corporation. *Ivecofin*. 2024. N 3(61). P. 59-71. DOI: 10.6060/ivecofin.2024613.690 (in Russian).
10. **Chicco D.** Siamese neural networks: An overview. *Artificial neural networks*. 2021. С. 73-94.
11. **Lomash D.A., Khlopin K.V.** Recommendation system implementation based on collaborative and content filtering algorithms. *Bulletin of the Rostov State Transport University*. 2013. N 1. P. 75-84 (in Russian).
12. **Averbukh V.L., Manakov D.V.** Analysis and visualization of "big data". <https://data2.lact.ru/f1/s/0/299/basic/1605/962/033.pdf> (in Russian).
13. **Prokhorova A.M.** Architecture of a recommendation service for choosing training areas at a higher education institution by applicants with the method of collaborative filtering of machine learning. *Vestnik universiteta*. 2024. N 5. P. 212-224 (in Russian).
14. **Akimov A.A., Valitov D.R., Kubryak A.I.** Data preprocessing for machine learning. *Scientific review. Technical sciences*. 2022. N 2. P. 26-31 (in Russian).
15. **Zhao Z.D., Shang M.S.** User-based collaborative-filtering recommendation algorithms on Hadoop. Third international conference on knowledge discovery and data mining. IEEE. 2010. С. 478-481.
16. **Sarwar B. et al.** Item-based collaborative filtering recommendation algorithms. Proceedings of the 10th international conference on World Wide Web. 2001. С. 285-295.
17. **Patro S., Sahu K.K.** Normalization: A preprocessing stage. <https://arxiv.org/abs/1503.06462>.

Поступила в редакцию 28.03.2025  
Принята к опубликованию 10.04.2025

Received 28.03.2025  
Accepted 10.04.2025