

ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ КАК СРЕДСТВО СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

С.Д. Кулик, А.Ф. Ахметов

Сергей Дмитриевич Кулик* (ORCID 0000-0002-9578-9010), Азат Фаридович Ахметов
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», ш. Каширское, 31, Москва, 115409, Россия
E-mail: sedmik@mail.ru*, azat.akhmetov.1998@bk.ru

В современных условиях, когда очень быстро развиваются информационные технологии и наблюдается рост конкуренции на рынке труда, удовлетворенность в специалистах, владеющих необходимыми элементами системного анализа становится достаточно критическим фактором успешной деятельности различных предприятий. В переходном периоде, при котором бакалавриат и магистратура вместе со специалитетом трансформируются в базовое высшее образование и специализированное высшее образование (то есть вторая ступень обучения в вузе, которая, в каком-то смысле заменяет магистратуру и развивает дальше специалитет). Базовое высшее образование необходимо тем, кто планирует как можно быстрее начать свою профессиональную карьеру, а специализированное высшее образование необходимо тем, кто планирует стать узким специалистом с высокой квалификацией в выбранной области своей профессиональной деятельности. В данной работе основное внимание уделено элементам системного анализа для подготовки студентов в рамках специального высшего образования. Для этого предложено использовать в образовательном процессе элементы геометрического программирования. Это объясняется, что геометрическое программирование позволяет решать на практике необходимые оптимизационные задачи, например, находить минимальные затраты для исследуемой информационной системы при поиске экстремума позинома. Этот подход к оценке затрат позволяет привить необходимый навык исследования целевой функции, представленной позиномом при проведении системного анализа. Отдельно выделены регулярные позиномы как наиболее простые в изучении при знакомстве с позиномами. Приведен учебный пример задачи минимизации регулярного позинома. Результаты исследования могут быть использованы для формирования учебного процесса для специализированного высшего образования при решении учебных задач оптимизации бизнес-процессов. Полученные результаты вносят вклад в развитие теории системного анализа и методов обучения, обогащая тем самым научные подходы к успешному изучению элементов системного анализа в современных условиях цифровизации.

Ключевые слова: системный анализ, показатель, критерий эффективности, позином, геометрическое программирование, генеративные нейронные сети.

ELEMENTS OF GEOMETRIC PROGRAMMING AS A SYSTEMS ANALYSIS TOOL FOR SPECIALIZED HIGHER EDUCATION

S.D. Kulik, A.F. Akhmetov

Sergey Dmitrievich Kulik* (ORCID 0000-0002-9578-9010), Azat Faridovich Akhmetov
National Research Nuclear University "MEPhI", Kashirskoe Highway, 31, Moscow, 115409, Russia
E-mail: sedmik@mail.ru*, azat.akhmetov.1998@bk.ru

In today's rapidly evolving information technology environment and increasingly competitive labor markets, the availability of specialists with the necessary skills in systems analysis is becoming a critical factor in the success of various enterprises. This is due to the transitional period in which bachelor's and master's degrees, along with specialist degrees, are being transformed into basic higher education and specialized higher education (i.e., the second stage of university education, which, in a sense, replaces the master's degree and further develops the specialist degree). Basic higher education is necessary for those planning to begin their professional careers as quickly as possible, while specialized higher educa-

tion is essential for those planning to become highly qualified specialists in their chosen field. This paper focuses on the elements of systems analysis for preparing students for specialized higher education. To this end, it is proposed to incorporate elements of geometric programming into the educational process. This is explained by the fact that geometric programming allows for practical solutions to essential optimization problems, such as finding the minimum costs for the information system under study when searching for the extreme of a posynomial. This approach to cost estimation helps develop the necessary skill for studying the objective function represented by a posynomial during systems analysis. Regular posynomials are highlighted as the easiest to learn when beginning to explore posynomials. A case study of minimizing a regular posynomial is provided. The results of this study can be used to develop the educational process for specialized higher education when solving business process optimization problems. The obtained results contribute to the development of systems analysis theory and teaching methods, thereby enriching scientific approaches to successfully studying the elements of systems analysis in the modern context of digitalization.

Keywords: systems analysis, indicator, performance criterion, posynomial, geometric programming, generative neural networks.

Для цитирования:

Кулик С.Д., Ахметов А.Ф. Элементы геометрического программирования как средство системного анализа для специализированного высшего образования. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством» [Ивэкофин]*. 2026. № 02(68). С. 150-162. DOI: 10.6060/ivecofin.2026682.789

For citation:

Kulik S.D., Akhmetov A.F. Elements of geometric programming as a systems analysis tool for specialized higher education. *Ivecofin*. 2026. N 02(68). P. 150-162. DOI: 10.6060/ivecofin.2026682.789 (in Russian)

ВВЕДЕНИЕ

Индустрия современного образования является динамично развивающейся для сферы информационных технологий. В соответствии с Указом Президента РФ от 12.05.2023 №343 [1] и постановления Правительства РФ от 9.08.2023 №1302 [2] в нашей стране наблюдается переходный период, при котором бакалавриат и магистратура вместе с хорошо себя зарекомендовавшим специалитетом преобразуются в базовое высшее образование (БВО) и специализированное высшее образование (СВО). При этом полагают, что СВО это вторая ступень обучения в вузе, которая, в каком-то смысле должна заменить существующую на сегодняшний день магистратуру и развить дальше специалитет. Полагают что с одной стороны именно БВО предназначено для тех, кто для себя решил, как можно быстрее начать выбранную профессиональную карьеру, а с другой стороны СВО предназначено для тех, кто пожелал быть в профессии достаточно узким специалистом с высокой квалификацией в выбранной профессиональной области. Системный анализ [3, 4] и системный подход при оценке эффективности систем [5] может дать необходимые знания и помочь приобрести ключевые навыки обучающимся как в рамках БВО, так и в рамках СВО. На практике системный анализ позволяет выявить ключевые показатели и необходимые критерии для проведения структурного анализа исследуемого объекта. Исследователи в работе [6], посвященной разработке комплексной

системы показателей для оценки эффективности использования ресурсов организации, успешно сформировали информационную базу вариационных показателей, на основании которой проводился необходимый структурный анализ ресурсных потоков. Выявленную систему показателей можно применить для анализа финансового потоков, оптимизации параметров этих потоков по заданным критериям, с целью эффективного развития предприятия. На практике теория принятия решений [7] позволяет подобрать подходящие критерии и тем самым решать актуальные задачи. Не секрет что конкуренция – это важный ключевой элемент, который позволяет оперативно стимулировать повышение эффективности экономики, например, как самих регионов, так и отдельных организаций. Системный подход в работе [8] положен в основу управления конкурентоспособностью организации. Можно полагать [8], что для обеспечения этой конкурентоспособности следует оказывать влияние как на параметры входа и выхода системы, так и на внутренние системные процессы. Для формирования компетенций будущих специалистов в области системного анализа в работе [9] уже предложена структура учебной фактографической информационной системы. В статье [10] основное внимание уделено банковскому продукту и затронута важная проблема оценки эффективности внедрения инновационного банковского продукта. Для этого, опираясь на системный анализ, введены необходимые частные показатели эффективности,

например, такие как ГПФБ – готовность персонала филиала банка к инновационной деятельности; ГРФБ – готовность руководства филиала банка к инновационной деятельности; ОСК – оценка степени конкуренции и другие еще показатели. В рамках системного анализа объект исследования и анализа необходимо представить, как систему. Поэтому финансовые технологии в работе [11] рассматриваются именно как системный объект. Это позволило выявить взаимосвязь между отдельными элементами, которая отражает автоматизацию бизнес-процессов в финансовой сфере. Разработаны различные инструментарии для принятия необходимых решений. В частности, в статье [12] рассмотрен инструментарий принятия решений по кредитной и ценовой политике в рамках финансового менеджмента. При этом можно полагать, что этот инструментарий позволяет получить единообразную оценку для принятия ответственных решений. В работе [13] основной упор сделан на системный подход к анализу фрактальной природы сложных технических систем. Это позволило исследовать эмерджентные свойства этих систем. Идеи формирования образовательных программ с учетом требований работодателей и отраслевых запросов на основе системной модели представлены в статье [14]. В ней отмечается, что требуется от 2 до 6 лет для формирования необходимых выпускников с нужными компетенциями. А сама проблема, связанная с несоответствием компетенций выпускников требованиям работодателей, является актуальной. Формирование ключевых компетенций, в общем-то, связано с мышлением выпускников вузов. В работе [15] рассмотрена актуальная проблема изменения роли универсальных компетенций и интеллектуального потенциала выпускников вузов в повышении их конкурентоспособности на рынке труда. В ней отмечается важность привлечения молодежи для решения творческих инновационных задач. В [16] представлен новый образовательный подход «обучение служением» как механизм интеграции вузов и третьего сектора экономики. В ней сделан анализ вклада в экономику социально-ориентированных некоммерческих организаций как третьего сектора экономики. Работа [17] посвящена исследованию проблемы формирования инновационного мышления у студентов университетов. В основе этих исследований положены результаты из некоторых международных проектов на базе Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. В этой работе удалось показать, что рассматриваемый образовательный процесс подготовки будущих инноваторов опирается на комплекс подходов и методов. При этом надо погрузить обучаемого в анализируемую проблему с упором на формировании инновационного, мышления. Выявлены пути раз-

вития этого мышления. Отметим что изучение геометрического программирования [18, 19, 20] может способствовать этому, например, при изучении элементов системного анализа для студентов старших [21] курсов университета или младших курсов [22] университета. Элементарное введение в геометрическое программирование (ГП) очень хорошо представлено в работе [23].

На практике необходимо принимать решения для повышения эффективности используемых средств производства. Эти средства могут быть из различных сфер применения, при этом работодателям нужны специалисты, умеющие это делать — решать экстремальные задачи и находить значения варьируемых параметров исследуемых объектов. Сами эти объекты разные из широкой сферы применения. На практике отсутствие эффективного универсального метода для решения текущих задач нелинейного программирования послужило толчком к разработке достаточно узких специальных методов. В итоге появился позином и метод ГП, который может помочь в этом. Из [7, с. 130; 23, с. 9] следует что, класс позиномов достаточно широк. С их помощью описывается большое число различных закономерностей, встречающихся в технике, экономике и в других областях. Поэтому ГП может быть полезен во многих областях. В работе [24] показано, что ГП позволяет находить оптимальные значения параметров специальных электрических приводов. Можно полагать, что метод ГП применим и в экономике, например [25], для решения оптимизационных технико-экономических задач. В работе [25] метод ГП хорошо представлен на двух примерах решения технико-экономической задачи, и при этом показана относительная простота и наглядность этого метода. В [25, с. 296] отмечается, что у ГП (в отличие от других методов нелинейного программирования) есть такие преимущества: позволяет выявлять картину сравнительной значимости проектов и характеристик слагаемых частей целевой функции (ЦФ); имеется возможность найти минимальное значение ЦФ еще до определения оптимальных значений параметров. На практике ГП с успехом применяется и в области сопротивления материалов для решения классической задачи [26] плоского напряженного состояния. В статье [27] для области химии решена актуальная задача оптимизации аппаратного состава химико-технологических систем с дискретным режимом работы, которая представлена как задача ГП (приведен пример двухстадийной химико-технологической системы для производства единственного продукта). В другой работе [28] для области механизмов решена важная задача оптимизации электромагнитных механизмов ме-

тодом ГП. Важно подчеркнуть, что этим не ограничивается область применения ГП для удовлетворения необходимых потребностей работодателей, которые заинтересованы в успешном решении оптимизационных практических задач. Уже получены научные результаты, позволяющие еще шире увеличить область применения ГП на практике. Сложная нелинейная ЦФ может быть аппроксимирована [23, с. 9] подходящим позиномом и затем минимизирована методом ГП. В статье [29] показано что задачи, не имеющие явно выраженную позиномиальную форму, в некоторых случаях могут быть успешно сведены к задаче ГП. В ней [25] приведена сравнительная оценка вычислительных затрат и трудностей для решения задач методом ГП и обычным методом оптимизации. Было установлено, что при выявлении стационарных точек экстремума обычным методом возникают определенные трудности с решением полученной нелинейной системы. При этом еще большие вычислительные трудности появляются при использовании какого-либо достаточного условия существования экстремума в критической точке. На практике метод ГП оказывается более предпочтительней, чем обычный метод оптимизации. Для широты взгляда при формировании инновационного, мышления в учебный процесс университета можно ввести изучение современных нейросетевых средств системного анализа [30]. В данной работе все внимание сосредоточено на элементах системного анализа для обучения студентов в рамках СВО. Для этого можно включить в образовательный процесс необходимые элементы геометрического программирования как возможно перспективного средства системного анализа для СВО.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Ключевой методологической основой стали хорошо себя зарекомендовавшие и проверенные практикой математические методы оптимизации для принятия обоснованных решений, опирающиеся на нелинейное программирование, одним из разделов которого является геометрическое программирование, содержащее метод минимизации ЦФ представленной позиномом. Многолетний опыт проведения учебного процесса в университете, связанного с изучением геометрического программирования и анализ материалов решения учебных задач в этой области послужили твердым фундаментом для этой работы. Были проанализированы архивные материалы учебного процесса за 10 лет обучения (примерно 200 контрольных работ студентов НИЯУ МИФИ) по элементам ГП. Каждому студенту предлагалось 3 задачи на поиск минимума позинома. На контрольной все позиномы были уникальными и сгенерированными вручную опытным преподавателем.

Для разработки генеративного программного средства использована обучающая выборка из 1000 позиномов двух типов (500 регулярных позиномов и 500 нерегулярных позиномов). Обучение для генерации каждого типа происходило независимо друг от друга.

Для формирования позиномов, которые применяются в текущих учебных оптимизационных задачах использованы элементы искусственного интеллекта (ИИ) в виде Яндекса с Алисой AI (мощная нейросеть для решения достаточно сложных задач на основе генеративных моделей Яндекса). Использованы авторские промпты – текстовые указания Алисе AI. Необходимой эмпирической базой являлась выборка текстов базы данных Яндекса для обучения Алисы AI, которые авторам не доступны. В качестве экспериментальных данных авторами были использованы результаты ответов Алисы AI на задания опытного преподавателя в виде промптов для нее. Для того чтобы можно было более тонко выполнять генерацию позиномов применяли известные генеративные средства (специальный вид нейронные сети). В основе данной работы лежат следующие два конкретных нормативных документа, регламентирующие трансформацию современного образования в нашей стране [1, 2]: Указ Президента Российской Федерации от 12.05.2023 №343. «О некоторых вопросах совершенствования системы высшего образования» и постановление Правительства РФ от 9.08.2023 №1302. «О реализации пилотного проекта, направленного на изменение уровней профессионального образования».

ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

В основе системного анализа (СА) лежит представление исследуемого объекта в виде некоторой системы. В области информационных технологий (ИТ) такой системой, как правило, выступает исследуемая информационная система (ИС). Конечного потребителя (т.е. пользователя) такой ИС обычно интересуют ключевые показатели эффективности ИС, а разработчика ИС – критерии которые в совокупности позволяют на практике сравнивать перспективные варианты ИС по этим показателям, и затем с помощью критерия принимать решение о лучшем из них. Используя учебный процесс в рамках СВО для обучения студентов необходимо обращать серьезное внимание на развитие навыков выбора подходящих показателей и критерия для описания характеристик различных возможных вариантов исследуемой ИС. На рис.1 показан условный учебный пример ИС, состоящей всего из двух блоков (подсистем). На вход ИС поступает запрос, ИС обрабатывает этот запрос в течении некоторого времени и затем выдает ответ на этот запрос.

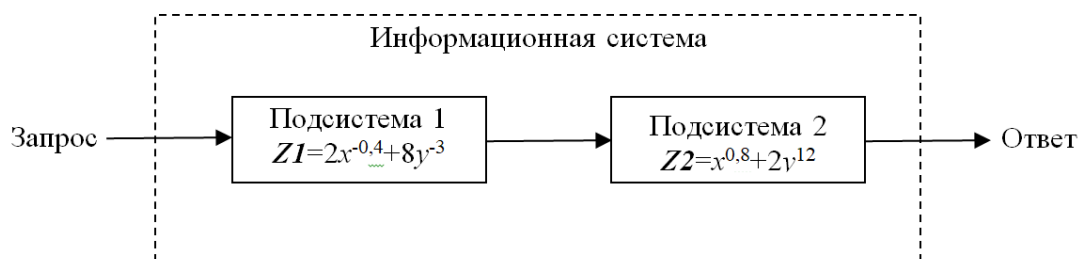


Рисунок 1. Структура информационной системы

Figure 1. Structural diagram of information system

В результате системного анализ было выявлено что исследуемая ИС имеет два варьируемых параметра x и y , а эффективность ее подсистем можно оценить по двум показателям $Z1$ и $Z2$, которые отражают текущие затраты этих подсистем, при этом текущие затраты самой ИС $Z(x)$ определяются по следующей формуле:

$$Z(x) = Z1 + Z2,$$

где $Z1 = 2x^{-0.4} + 8y^{-3}$ и $Z2 = x^{0.8} + 2y^{12}$. (1)

В зависимости от значения параметра x (полагают в (1), например, $x > 0$) можно получить некоторое значение интегрального показателя $Z(x)$. В данном случае стремятся уменьшить текущие затраты самой ИС $Z(x)$, т.е. требуется найти такое значение варьируемого параметра $x_{\min}$ целевой функции $Z(x)$ при котором затраты (1) этой ИС минимальны:

$$Z(x_{\min}) = \min_{x>0} Z(x) \text{ или}$$

$$Z(x_{\min}, y_{\min}) = \min_{x,y>0} (2x^{-0.4} + 8y^{-3} + x^{0.8} + 2y^{12}). \quad (2)$$

Иногда случается так, что минимизируемая функция является позиномом. Тогда можно применить на практике хорошо наработанные и изученные средства [7, 18, 19, 23] геометрического программирования. Важно отметить, что с помощью позиномов можно выполнять необходимую аппроксимацию исследуемой ЦФ. На практике это позволяет свести исследование рассматриваемой функции к исследованию именно позинома. Авторы полагают, что предлагаемый подход к оценке, например, текущих затрат ИС позволит привить студенту необходимый практический навык для исследования целевой функции, представленной именно позиномом. В работах [7, 23] специально выделены регулярные позиномы. Многолетний опыт обучению студентов элементам ГП уверенно показал, что именно регулярные позиномы являются достаточно простыми при изучении методов решения оптимизационных задач в области СА для ИТ.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Математическое программирование (далее - МП) – это большой раздел математической науки, связанный с поиском экстремумов функций, например, целевых функций, используемых в системном анализе. Поэтому МП является важной частью системного анализа. В зависимости от вида целевой функции (ЦФ) и накладываемых ограничений в рамках МП выделяют, например, линейное программирование (которое имеет дело с линейными функциями) и нелинейное программирование (когда имеют дело с нелинейными функциями), а также целочисленное и динамическое программирование. Необходимо отметить, что линейное программирование очень широко используется в учебном процессе различных вузов, в том числе и экономической направленности. При этом нелинейное программирование представлено не так широко. В нелинейном программировании отдельно выделен подраздел геометрического программирования для минимизации позиномов. Отметим, что в частном случае позином может быть линейной функцией, когда он принимает вырожденную форму, но мы такие случаи не рассматриваем. Геометрическое программирование не является предпочтительнее линейного программирования (ЛП). Это разные самостоятельные разделы. На практике они дополняют друг друга. ЛП может работать только с линейными функциями и не может быть применимо к позиномам, которые являются нелинейными функциями специального вида. ГП в общем случае не создано работать линейными функциями. У ГП и ЛП разные области применения в зависимости от вида функций решаемой оптимизационной задачи. Это позволяет определить нишу и границы применимости ГП на практике. Так если ЦФ и ограничения представлены позиномами, то в этом случае необходимо применять ГП, а если линейными функциями, то – ЛП. Использовать универсальный метод для решения текущих задач нелинейного программирования не целесообразно так как за счет универсальности не учитываются особенности позиномов и, в итоге, требуется больше затрат на оптимизацию.

Следуя работам [7, 23] под позиномом понимается математическое выражение функции, представленное следующей формулой при $c_k > 0$, $x_i > 0$ и $\forall a_{ik} \in \mathbf{R}$, где $k=1, \dots, m$; $i=1, \dots, n$:

$$g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^m \left\{ c_k \cdot \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ik}} \right\}. \quad (3)$$

Регулярный позином (в (3) случай n переменных x_i) [23, с.26] – следующий позином:

$$g(\vec{x}) = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^m \{ c_k \cdot x_1^{a_{1k}} \cdot x_2^{a_{2k}} \cdot x_3^{a_{3k}} \cdot \dots \cdot x_n^{a_{nk}} \}, \quad (4)$$

где

$$\begin{cases} c_1 \cdot a_{11} + c_2 \cdot a_{12} + \dots + c_m \cdot a_{1m} = 0, \\ c_1 \cdot a_{21} + c_2 \cdot a_{22} + \dots + c_m \cdot a_{2m} = 0, \\ \dots \\ c_1 \cdot a_{n1} + c_2 \cdot a_{n2} + \dots + c_m \cdot a_{nm} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

т.е. должны быть выполнены для (4) все n равенств в (5).

Представим учебный пример задачи минимизации регулярного позинома для ИС на рис. 1.

Требуется найти см. (2) минимум целевой функции в виде позинома $f(x, y) = 2x^{-0,4} + 8y^{-3} + x^{0,8} + 2y^{12}$ в области его определения.

Решение

1) Убедимся, что исходная функция $f(x, y)$ является именно позиномом (при этом отметим, что нет вынужденных ограничений). Заметим, что ($c_k > 0$, $\forall a_{ik} \in \mathbf{R}$, где $k=1, \dots, m$; $i=1, \dots, n$): $m=4$, $n=2$, $c_1=2$, $c_2=8$, $c_3=1$, $c_4=2$, $a_{11}=-0,4$; $a_{21}=0$; $a_{12}=0$; $a_{22}=-3$; $a_{13}=0,8$; $a_{23}=0$; $a_{14}=0$; $a_{24}=12$; тогда (при $x_1=x$, $x_2=y$)) справедливо

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \sum_{k=1}^m \left\{ c_k \cdot \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ik}} \right\} = \\ &= \{2x^{-0,4}y^0\} + \{8x^0y^{-3}\} + \{1 \cdot x^{0,8}y^0\} + \{2x^0y^{12}\} = \\ &= 2x^{-0,4} + 8y^{-3} + x^{0,8} + 2y^{12}, \end{aligned} \quad (6)$$

т.е. в (6) функция $f(x, y)$ – есть позином.

2) Проверим, что исходный позином $f(x, y) = 2x^{-0,4} + 8y^{-3} + x^{0,8} + 2y^{12}$ является именно регулярным позиномом. Заметим, что $m=4$, $n=2$, $c_1=2$, $c_2=8$, $c_3=1$, $c_4=2$, $a_{11}=-0,4$; $a_{21}=0$; $a_{12}=0$; $a_{22}=-3$; $a_{13}=0,8$; $a_{23}=0$; $a_{14}=0$; $a_{24}=12$ и тогда для (5) выполнено условие (7):

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^4 \{c_k \cdot a_{1k}\} = 2 \cdot (-0,4) + 0 + 1 \cdot (0,8) + 0 = 0, \\ \sum_{k=1}^4 \{c_k \cdot a_{2k}\} = 0 + 8 \cdot (-3) + 0 + 2 \cdot (12) = 0 \end{cases}, \quad (7)$$

т.е. для (6) позином $f(x, y)$ – это регулярный позином.

3) Найдем точку минимума регулярного позинома. Так как позином есть именно регулярный позином, то согласно теореме [7, 23] точка минимума этого позинома в случае n переменных есть

$$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = (1, 1, 1, \dots, 1)$$

$$\text{или (при } n=2) \ x_{\min}=1, \ y_{\min}=1. \quad (8)$$

4) Найдем с учетом (8) минимальное значение регулярного позинома:

$$\begin{aligned} \min_{x, y > 0} f(x, y) &= f(x_{\min}, y_{\min}) = f(1, 1) = \\ &= 2x^{-0,4} + 8y^{-3} + x^{0,8} + 2y^{12} = 13. \end{aligned} \quad (9)$$

5) В (9) получили что $f(x_{\min}=1, y_{\min}=1) = 13$. И тем самым задача решена.

Представленный учебный пример оптимизационной задачи показывает, что нахождение экстремума целевой функции в виде минимизация регулярного позинома достаточно несложно. Начинать изучение элементов геометрического программирования следует именно с регулярных позиномов и оптимизационных задач, связанных с ними. Для формирования у обучающегося навыка исследования целевой функции, представленной позиномом необходимы сами позиномы в достаточном количестве, как для самостоятельного решения оптимизационных задач, так и для выполнения контрольных работ. Эти позиномы могут быть получены вручную или с помощью подходящего программного средства-генератора. Для группы из 50-ти обучающихся из расчета хотя бы 3 позинома на одного студента для его самостоятельной работы и затем 3 позинома для контрольной работы необходимо заранее иметь преподавателю набор из 300 разных позиномов (с учетом свойства регулярности общее число необходимых позиномов удваивается, то есть – 600). Ручная подготовка этого набора может потребовать значительных усилий от преподавателя. В этом случае помощь могут оказать генеративные нейронные сети и программные средства на их основе.

ГЕНЕРАТИВНЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

Для генерации с помощью, например, состязательной архитектуры обычно строят conditional GAN – условную генеративную состязательную сеть. Генератор получает случайный вектор шума и условие, например, порядок, число переменных, число членов, а также, при необходимости, тип позинома: обычный или регулярный. На выходе генератор выдает матрицу параметров, где одна часть отвечает за коэффициенты, а другая за показатели. Дискриминатор получает либо реальные позиномы из обучающего набора, либо синтезированные генератором, и

учится отличать корректные образцы от искусственных. Чтобы сеть не выдавала недопустимые коэффициенты, в генераторе применяют специальные преобразования: для коэффициентов используют, например, лог-нормальное параметрическое представление, чтобы обеспечить строгую положительность; для показателей степеней можно оставлять линейный выход, $\tanh$ с масштабированием или квантование на заранее заданную сетку рациональных значений. После этого добавляют штраф в функцию потерь за нарушение структурных условий: лишние нулевые члены, дублирующиеся мономы, выход степеней за допустимый диапазон, плохую нормировку и несоответствие заявленному порядку. Такая схема особенно удобна, когда требуется быстро порождать много кандидатов. Обычные поэиномы и регулярные поэиномы в GAN-генерации отличаются, прежде всего, степенью допустимой свободы. Для обычного поэинома, если трактовать его максимально широко, можно генерировать положительные коэффициенты и вещественные показатели почти без дополнительных ограничений, кроме базовой валидности. Для регулярного поэинома приходится вводить более жесткую параметризацию. Например, можно фиксировать число членов для каждого порядка, задавать каноническую сортировку по степенным векторам, требовать коэффициенты из определенного интервала, запрещать слишком близкие мономы, навязывать нормировку суммы коэффициентов к единице и вводить регуляризатор на гладкость распределения степеней. Иными словами, в случае обычного поэинома GAN решает задачу правдоподобия, а в случае регулярного поэинома одновременно решает задачу правдоподобия и строгого соответствия форме.

Диффузионная модель строится иначе. Вместо прямой "игры" генератора и дискриминатора она учится постепенно восстанавливать структуру поэинома из зашумленного представления. Для числовых параметров поэинома это особенно удобно, потому что коэффициенты и степени можно уложить в фиксированный тензор: например, строка на каждый член, столбцы под логарифм коэффициента, показатели степеней и бинарную маску существования члена. На прямом ходе диффузии к этому тензору постепенно добавляется гауссов шум, а на обратном ходе сеть учится восстанавливать исходные параметры по шагам, используя условие на порядок. После обратной диффузии коэффициенты восстанавливаются экспоненцированием, а затем при необходимости выполняется проекция в допустимое множество. Такой подход часто оказывается стабильнее GAN, лучше покрывает разнообразие образцов и проще сочетает локальные

шумовые шаги с глобальными структурными ограничениями. Это хорошо согласуется и с тем фактом, что геометрические программы удобно переводятся в выпуклую форму через замену переменных в логарифмах.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Были проведены два эксперимента по автоматической генерации поэиномов и выполнено сравнение ручной и автоматической генерации поэиномов. Преподавателем выполнена проверка корректности поэиномов и оценено их разнообразие.

В первом эксперименте был использован ИИ Яндексa – Алиса AI. На первый промпт:

Напиши мне 10 разных поэиномов

Алиса AI не смогла предъявить поэиномы, но ее были сгенерированы правильно 10 полиномов. Далее промпт был уточнен так:

Ты ошиблась! Поэином это не полином. Ты должна написать мне именно 10 разных поэиномов

После этого Алиса AI смогла предъявить необходимые 10 поэиномов:

Простой поэином с одной переменной и дробным показателем: $2x^{1.5}$.

Поэином с двумя слагаемыми и отрицательными показателями: $3x^{-2}+4y^{-1}$.

Поэином с дробными показателями и двумя переменными: $5x^{0.3}y^{0.7}$.

Сумма трех слагаемых с разными показателями: $x^2+2x^{0.5}+3$.

Поэином с тремя переменными и смешанными показателями: $4a^{1.2}b^{-0.5}c^{0.8}$.

Поэином, включающий константу и дробные степени: $0.5u^{1/3}+1.7v^{2/3}+10$.

Сложный поэином с четырьмя слагаемыми: $6p^{-1.5}q^{0.4}+2p^{0.2}q^{-0.8}+8p^{1.1}+q^3$.

Поэином с иррациональными показателями: $\sqrt{2}x^\pi+ey^{\sqrt{2}}$.

Поэином от трех переменных с отрицательными и дробными показателями: $7x^{-0.5}y^{1.3}z^{-2.1}+3x^{0.9}y^{-0.7}z^{0.4}$.

Сложный поэином с пятью слагаемыми: $x^2y^{-1}+2x^{-1}y^3+3xy^{0.5}+4x^{0.5}y^{-2}+5$.

Время генерации было менее 1 минуты. Затем промпт был усложнен так:

Напиши мне 10 разных регулярных поэиномов

Алиса AI смогла предъявить необходимые регулярные поэиномы:

Одна переменная, простые показатели:

$$g_1(x)=2x+2x^{-1}.$$

Одна переменная, дробные показатели:

$$g_2(x)=3x^{0.5}+3x^{-0.5}.$$

Две переменные, симметричный:

$$g_3(x,y)=xy^{-1}+x^{-1}y.$$

Две переменные, разные коэффициенты:

$$g_4(x,y)=4x^2y^{-4}+8x^{-1}y^2.$$

Две переменные, дробные показатели:

$$g_5(x, y) = 5x^{0.4}y^{-0.8} + 10x^{-0.2}y^{0.4}.$$

Три переменные, простые показатели:

$$g_6(x, y, z) = 2xy^{-1}z^0 + 2x^{-1}yz^0.$$

Три переменные, смешанные показатели:

$$g_7(x, y, z) = x^2y^{-1}z^{-1} + x^{-2}yz.$$

Две переменные, три слагаемых:

$$g_8(x, y) = x^{-3}y^6 + 2x^{1.5}y^{-3} + x^0.$$

Одна переменная, иррациональный коэффициент: $g_9(x) = \sqrt{2}x^{\sqrt{5}} + \sqrt{2}y^{-\sqrt{5}}.$

Две переменные, четыре слагаемых:

$$g_{10}(x, y) = x^4y^{-8} + 2x^{-2}y^4 + x^0y^0 + x^0y^0.$$

Время генерации было менее 1 минуты.

Таким образом, Алиса AI успешно и достаточно быстро сгенерировала требуемые наборы поэмонов различной сложности. Последующая ручная проверка поэмонов показала их корректность и достаточно хорошее их разнообразие для учебных задач. Аналогичные наборы были составлены опытным преподавателем вручную и который хорошо владел методом ГП. Сравнение показало, что время, затраченное на эту генерацию вручную, было примерно в 10 раз больше. Стало понятно, что для генерации большего числа поэмонов, например, 50 и более автоматический метод более предпочтительный, чем ручной. При автоматической генерации поэмонов с помощью Алисы AI пока трудно и почти невозможно влиять на разнообразие (управлять им) получаемых поэмонов. Эту проблему можно решить, создав собственное генеративное средство на основе генеративных нейронных сетей. Использование генеративных нейронных сетей (ГНС) в рамках рассматриваемого подхода направлено не только на теоретическое описание архитектур, но и на практическое формирование набора учебных задач, представленных в виде поэмонов различной сложности с возможностью варьирования необходимого разнообразия. Такой подход позволяет расширить учебный материал и повысить вариативность задач, с которыми работают обучающиеся.

В основе предлагаемого метода лежит идея автоматической генерации корректных математических выражений (поэмонов). Генеративная модель получает на вход параметры, задающие структуру будущего поэмона, такие как количество переменных, число членов и тип поэмона. На ее выходе формируется набор коэффициентов и показателей степеней, определяющих необходимое выражение. Ключевым аспектом является не сама генерация, а обеспечение корректности получаемых поэмонов. Для этого вводится процедура валидации, которая проверяет выполнение основных условий: положительность коэффициентов, соответствие заданной структуре, отсутствие повторяющихся членов и соблюдение ограничений на значения показателей степеней. Таким образом, генеративная мо-

дель рассматривается как источник кандидатов, а окончательный набор поэмонов формируется после фильтрации. Для проверки работоспособности предложенного подхода был проведен вычислительный эксперимент. На первом этапе был сформирован исходный набор поэмонов, составленных вручную на основе учебных примеров. Этот набор использовался в качестве обучающей выборки. Далее была обучена генеративная модель, после этого с ее помощью был сгенерирован новый набор математических выражений (МВ).

Во втором эксперименте было использовано собственное программное средство на основе GAN. Пусть имеется сгенерированное математическое выражение f_i похожее на поэмон (3). Введем для него индикатор (показатель) корректности (похожести):

$$J_{corr}(f_i) = \begin{cases} 1, & \text{если выполнены все условия корректности (11).} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (10)$$

Условия корректности включают:

$$\begin{cases} c_k > 0 \text{ для всех } k \text{ из заданного диапазона;} \\ \text{отсутствие дублирующих мономов;} \\ \text{соответствие заданному числу членов } m; \\ \text{соответствие заданному числу переменных } n; \\ \text{выполнение (при необходимости) условия регулярности (5);} \\ \text{соответствие показателей степеней допустимому диапазону.} \end{cases} \quad (11)$$

Тогда доля корректных МВ определяется следующим выражением:

$$Q_{corr} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_{corr}(f_i), \quad (12)$$

где N – общее число сгенерированных математических выражений.

Мера разнообразия

Для оценки разнообразия введём расстояние между двумя МВ (поэмонами) h и g , определяемое через их параметрическое представление:

$$d(h_i, g) = \alpha \cdot |c^{(h)} - c^{(g)}|_2 + \beta \cdot |A^{(h)} - A^{(g)}|_F, \quad (12)$$

где α, β – весовые коэффициенты;

c – вектор коэффициентов;

A – матрица показателей степеней;

$|\cdot|_2$ – евклидова норма;

$|\cdot|_F$ – норма Фробениуса.

Тогда мера разнообразия для f_i и f_j определяется как среднее попарное расстояние:

$$D = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i < j} d(f_i, f_j). \quad (13)$$

Дополнительно вводится нормированная мера разнообразия:

$$D_{norm} = \frac{D}{D_{max}}, \quad (14)$$

где D_{max} – максимальное наблюдаемое расстояние.

Покрывание пространства параметров

Для оценки того, насколько хорошо генератор чувствует допустимую область, вводится показатель покрытия. Пусть пространство параметров разбито на K ячеек (гиперкубов). Тогда:

$$C = \frac{E}{K}, \quad (15)$$

где E – число ячеек, содержащее хотя бы один позин. Этот показатель C отражает равномерность заполнения пространства параметров.

Критерий пригодности для учебного процесса
Введем индикатор пригодности:

$$J_{use}(f_i) = \begin{cases} 1, & \text{если выполнены требования (18).} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (16)$$

Тогда:

$$Q_{use} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_{use}(f_i). \quad (17)$$

Критерий пригодности Q_{use} учитывает следующие требования:

$$\begin{cases} \text{наличие точки минимума;} \\ \text{устойчивость решения;} \\ \text{отсутствие вырожденных случаев.} \end{cases} \quad (18)$$

Интерпретация показателей качества

В контексте учебного процесса значения показателей качества интерпретируются следующим образом:

- высокий Q_{corr} свидетельствует о корректности генерации;
- высокий D указывает на разнообразие задач;
- высокий Q_{use} подтверждает практическую применимость.

Совместный анализ этих показателей позволяет оценить не только качество генерации, но и ее педагогическую ценность.

Генеративное программное средство

Генеративное программное средство разработано с использованием языка программирования Python и библиотеки PyTorch для построения нейронных сетей. В качестве обучающей выборки был использован набор данных, в котором содержатся 500 регулярных позинемов и 500 нерегулярных позинемов. Обучение для генерации каждого типа происходило независимо друг от друга. Программное средство состоит из конкурирующих модулей – генератора и дескриптора, в качестве функции потерь использовано среднеквадратичное отклонение от целевого значения генератора – в случае регулярных позинемов 0, в случае нерегулярных позинемов – псевдо-случайное число.

С помощью разработанного генеративного программного средства (ГПС) были успешно получены необходимые позинемы, например, такие:

$$g_1(x) = 2,518x^{2,366} + 2,324x^{-0,607} + 1,841x^{0,26},$$

$$g_2(x) = 2,574x^{0,387} + 2,046x^{1,023} + 2,654x^{-2,271},$$

$$g_3(x) = 1,07x^{-1,336} + 1,223x^{-1,995} + 0,699x^{-1,11},$$

$$g_4(x) = 2,089x^{-1,452} + 1,412x^{-1,165} + 1,425x^{2,183},$$

$$g_5(x) = 2,12x^{1,146} + 2,023x^{-1,683} + 0,928x^{-0,603}.$$

Для каждого из них были оценены введенные ранее (10) и (16) показатели $J_{use}(g_i(x))$; $J_{corr}(g_i(x))$. Например, для нерегулярного позинема $g_3(x)$ установлено, что он соответствует заявленному типу и были получены такие значения: $J_{use}(g_3(x)) = 1$; $J_{corr}(g_3(x)) = 1$. Необходимо отметить, что нерегулярный позинем может быть легко преобразован в регулярный. Для этого надо, например в позинеме $g_3(x)$, добавить еще соответствующий член, например $+4,6453x$:

$$g_3(x) = 1,07x^{-1,336} + 1,223x^{-1,995} + 0,699x^{-1,11} - \text{нерегулярный позинем,}$$

$$\tilde{g}_3(x) = 1,07x^{-1,336} + 1,223x^{-1,995} + 0,699x^{-1,11} + 4,6453x - \text{регулярный позинем.}$$

Важно подчеркнуть, что, в целом, генеративная модель позволяет получать комбинации параметров, которые редко встречаются в традиционных учебных примерах, но при этом остаются допустимыми с точки зрения теории.

Отдельное внимание при разработке ГПС пришлось уделить генерации регулярных позинемов. В этом случае в модель были введены дополнительные ограничения, обеспечивающие выполнение условий регулярности. Может получиться набор выражений, пригодных для использования в задачах минимизации, аналогичных рассмотренным ранее. При этом генерация таких позинемов требует более строгого контроля, что подтверждает необходимость сочетания генеративного подхода с процедурой проверки. Дополнительно было проведено сравнение с задачами, сформированными преподавателем. Сравнение показало, что автоматически сгенерированные позинемы не уступают по структуре и сложности ручным примерам, а в ряде случаев обеспечивают более равномерное покрытие пространства возможных задач (это особенно важно при формировании больших обучающих выборок). При этом ручная генерация позинемов значительно выполнялась дольше, чем автоматическая с помощью ГПС.

С точки зрения практического применения в учебном процессе предложенный подход позволяет автоматизировать создание различных позинемов для учебных задач. Это дает возможность адаптировать учебный материал под уровень подготовки обучающихся и формировать в будущем индивидуальные траектории обучения. Таким образом, использование ГНС в сочетании

с процедурой проверки корректности позволяет перейти от статического набора позиномов к динамически формируемому набору. Это расширяет возможности преподавания элементов ГП и усиливает практическую направленность подготовки специалистов в рамках СВО.

В течение 10 лет обучения (примерно 200 студентов НИЯУ МИФИ) элементам ГП не было ни одного случая чтобы студент не освоил ГП. Были 10 студентов со слабой математической подготовкой, которые успешно осваивали минимизацию как регулярных, так и не регулярных позиномов в области их определения. Все студенты успешно написали контрольную работу на оценку *хорошо* или *отлично*.

ДИСКУССИЯ

Геометрическое программирование, как важная часть математического программирования вместе с ИИ и с генеративными нейронными сетями представляют эффективный инновационный подход, который опирается на современную цифровую инфраструктуру для снижения затрат учебного процесса университета. В отличие от традиционного учебного процесса, в котором не всегда уделено должное внимание элементам системного анализа для подготовки студентов, рассматриваемый подход в рамках специального высшего образования предлагает, как можно шире использовать системный подход и системный анализ в отношении оптимизационных задач, связанных с геометрическим программированием. Для расширения набора учебных примеров задач предложено использовать генеративные средства. Для реализации этих средств могут быть использованы подходящие нейронные сети.

Предложенный подход показывает, что генерация позиномов с помощью GAN может быть полезной для автоматического расширения корпуса учебных задач по ГП, однако его эффективность определяется не только способностью модели порождать новые необходимые выражения, но и степенью их соответствия теоретическим возможным ограничениям. Для регулярных позиномов таким ограничением является строгое выполнение условия регулярности в одномерном случае и соответствующей системы линейных равенств в многомерном случае; для нерегулярных позиномов важно, напротив, отсутствие этого свойства. Это означает, что GAN работает не в свободном числовом пространстве, а в пространстве объектов с жесткими аналитическими инвариантами, поэтому одной лишь генерации недостаточно без последующей валидации по критериям корректности, пригодности и соответствия заявленному типу. Дополнительным ограничением является то, что формальная корректность еще не гарантирует педагогическую ценность примера: даже корректно сгенерированный позином может оказаться методически

пограничным, например, если минимум достигается на границе исследуемого интервала или структура выражения неудобна по каким-то причинам для учебного разбора.

В качестве дальнейшего направления исследования целесообразно перейти от одномерных к многомерным конструкциям для позиномов, поскольку именно они в большей степени отражают общую постановку задач ГП и позволяют исследовать более сложные условия регулярности и минимизации. Перспективным представляется также развитие условной генерации, при которой можно задавать число переменных, число членов, тип позинома и желаемый уровень сложности, а также встраивание аналитических ограничений непосредственно в архитектуру генератора, чтобы уменьшить зависимость от постфактум-фильтрации. Наконец, важным шагом должна стать педагогическая валидация системы: необходимо сравнить автоматически сгенерированные и составленные преподавателем задачи не только по формальным метрикам разнообразия, покрытия и корректности, но и по тому, насколько эффективно они способствуют формированию у обучающихся навыков анализа и минимизации позиномов.

Отличие генерации обычных (нерегулярных) позиномов от регулярных позиномов, например, в диффузионной архитектуре состоит в механизме обратной проекции. Для обычных позиномов достаточно восстановить тензор параметров и затем проверить базовые условия валидности. Для регулярных позиномов на каждом или на последних шагах очищения шума применяется метод позволяющий вводить ограничения при обучении: сеть получает дополнительный градиент от функции штрафа, которая наказывает нарушение каноничности, нормировки, целевого числа членов, диапазона степеней и иных правил регулярности. Фактически диффузионная модель генерирует не просто «похожий» позином, а позином, лежащий рядом с допустимым многообразием, после этого проекционный слой доводит его до строгой формы. В этом месте диффузия обычно выигрывает у GAN: ей проще постепенно исправлять частично неверный объект, чем сразу выдать идеально корректную структуру одним проходом. Практически задачу лучше решать не одной сетью, а гибридной схемой. Сначала формируется датасет канонически записанных позиномов нужных порядков. Затем обучается условная генеративная модель. После нее работает валидатор, который проверяет положительность коэффициентов, соответствие порядка, уникальность членов и дополнительные требования регулярности. Далее следует ранжирование по разнообразию или по полезности, например, по пригодности к постановкам гео-

метрического программирования. Для GAN это особенно важно из-за возможного схлопывания мод. Для диффузии такой ранжировщик тоже полезен, но чаще выполняет роль отбора лучших образцов, а не спасения некорректных.

Представленные элементы ГП можно применять в рамках учебного процесса университета по программе СВО при изучении учебных оптимизационных задач для выбранной предметной области, которая может быть очень широкой.

В настоящее время активно развиваются такие направления современных информационных технологий как генеративные информационные системы [31], беспроводные сенсорные сети [32] и иммерсивные технологии [33]. При подготовке специалистов по этим направлениям могут быть использованы элементы ГП для решения оптимизационных задач при анализе целевых функций и необходимых затрат при оценке эффективности рассматриваемых бизнес процессов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен краткий анализ предметной области, который показал, что на практике приходится решать оптимизационные задачи, в которых ЦФ представлена позиномом. Можно выделить такие сферы применения ГП: поиск оптимальных значений параметров специальных электрических приводов; решение оптимизационных технико-экономических задач (раздел экономики); решение классической задачи плоского напряженного состояния (раздел сопротивления материалов); решение задачи оптимизации

электромагнитных механизмов; решение задачи оптимизации аппаратного состава химико-технологических систем с дискретным режимом работы (раздел химии). Этим не ограничивается сфера применения ГП для удовлетворения необходимых потребностей практики в успешном решении разнообразных задач оптимизации.

Представлен в рамках системного анализа учебный пример задачи минимизации регулярного позинома для ИС. Отмечено, что для учебного процесса необходимо составлять достаточно большое количество разнообразных позиномов для аналогичных задач. Для сокращения времени на подготовку необходимых позиномов предложено применить генеративное средство. Рассмотрены два из них: ИИ Яндекса – Алиса AI и генеративное программное средство, разработанное с использованием языка программирования Python. Экспериментально испытаны оба генеративных средства. Они в целом справились с генерацией позиномов, при этом затратив значительно меньше времени на генерацию, по сравнению с ручной генерацией опытным преподавателем.

Было отмечено, что при автоматической генерации позиномов с помощью Алисы AI пока трудно и почти невозможно влиять на разнообразие получаемых позиномов. Эту проблему можно решить, создав специальное генеративное средство на основе генеративных нейронных сетей.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

The authors declare no conflict of interest.

ЛИТЕРАТУРА

1. Указ Президента Российской Федерации №343 от 12.05.2023 «О некоторых вопросах совершенствования системы высшего образования». <https://base.garant.ru/406868794/>.
2. Постановление Правительства РФ №1302 от 9.08.2023 «О реализации пилотного проекта, направленного на изменение уровней профессионального образования». <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/407418801/?ysclid=mn4fbivkl673249987>.
3. Глухих И.Н. Теория систем и системный анализ. М.: Проспект. 2025. 152 с.
4. Родионова Н.В. Методы исследования систем управления. Системный анализ и экономико-математические методы. Владимир: ВлГУ. 2023. 143 с.
5. Кулик С.Д. Элементы системного анализа (эффективность систем). М.: НИЯУ МИФИ. 2018. 152 с.
6. Гусева Н.Е., Степанова С.М. Разработка комплексной системы показателей для оценки эффективности использования ресурсов организации. *Известия ВУЗов. Серия «Экономика, финансы и управление производством» [Ивэкофин]*. 2013. №04(18). С.44-52.
7. Кулик С.Д. Элементы теории принятия решений (критерии и задачи). М.: НИЯУ МИФИ. 2018. 188 с.
8. Литова Е.М., Хомякова А.А. Системный подход в управлении конкурентоспособностью организации. *Известия ВУЗов. Серия «Экономика, финансы и управление производством» [Ивэкофин]*. 2013. №04(18). С.61-64.
9. Кулик С.Д. Структура учебной фактографической информационной системы для формирования компетенций студентов в области системного анализа. *Перспективы науки*. 2019. №7(118). С.109-112.

REFERENCES

1. Decree of the President of Russia N343 of 12.05.2023 "On Certain Issues of Improving the Higher Education System". <https://base.garant.ru/406868794/>. (in Russian).
2. Resolution of the Government of Russia N1302 of 09.08.2023 "On the Implementation of a Pilot Project Aimed at Changing the Levels of Professional Education". <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/407418801/?ysclid=mn4fbivkl673249987>. (in Russian).
3. Glukhikh I.N. Systems theory and systems analysis. Moscow: Prospect. 2025. 152 p. (in Russian).
4. Rodionova N.V. Methods of Control Systems Research. Systems Analysis and Economic-Mathematical Methods. Vladimir: VIGU. 2023. 143 p. (in Russian).
5. Kulik S.D. Elements of systems analysis (system efficiency). Moscow: NRNU MEPhI. 2018. 152 p. (in Russian).
6. Guseva N.E., Stepanova S.M. Development of complex system indicators to assess the organization resource use efficiency. *Ivecofin*. 2013. N 04(18). P. 44-52 (in Russian).
7. Kulik S.D. Elements of decision theory (criteria and tasks). Moscow.: NRNU MEPhI. 2018. 188 p. (in Russian).
8. Litova E.M., Homiyakova A.A. A systems approach to organizational competitiveness management. *Ivecofin*. 2013. N 04(18). P. 61-64. (in Russian).
9. Kulik S.D. The structure of the training factographic information system to develop students' competences in system analysis. *Science prospects*. 2019. N 7(118). P.109-112. (in Russian).
10. Bibikova E.A., Valinurova A.A., Tretyakova Yu.S. Evaluation of the effectiveness of the implementation of an innovative banking product. *Ivecofin*. 2019. N 01(39). P. 3-10. (in Russian).

10. Бибикина Е.А., Валинурова А.А., Третьякова Ю.С. Оценка эффективности внедрения инновационного банковского продукта. *Известия ВУЗов. Серия «Экономика, финансы и управление производством»* [Ивэкофин]. 2019. №01(39). С.3-10.
11. Линников А.С., Маслеников О.В. Финансовые технологии как системный объект. *Известия ВУЗов. Серия «Экономика, финансы и управление производством»* [Ивэкофин]. 2019. №03(41). С.20-26.
12. Пятницкий Д.В. Инструментарий принятия решений по кредитной и ценовой политике. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством»* [Ивэкофин]. 2023. №03(57). С.25-34. DOI: 10.6060/ivecofin.2023573.651.
13. Астраханцева И.А., Горев С.В., Астраханцев Р.Г. Системный подход к анализу фрактальной природы сложных технических систем. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством»* [Ивэкофин]. 2023. №03(57). С.89-96. DOI: 10.6060/ivecofin.2023573.657.
14. Гвоздева Т.В., Смирнова Е.М. Разработка системной модели формирования образовательных программ. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством»* [Ивэкофин]. 2024. №03(61). С.91-96. DOI: 10.6060/ivecofin.2024613.693.
15. Горинова С.В., Степанова С.М. Изменение роли универсальных компетенций и интеллектуального потенциала выпускников вузов в повышении их конкурентоспособности на рынке труда. *Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение*. 2025. №1(81). С. 28-33. DOI: 10.6060/snt.20258101.0003.
16. Рычихина Н.С., Задорожникова Е.Б. Новый образовательный подход «обучение служением» как механизм интеграции вузов и третьего сектора экономики. *Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение*. 2025. №82(2). С. 36-41. DOI: 10.6060/snt.20258202.0005.
17. Скворцова И.В., Нурулин Ю.Р., Кальченко О.А. К проблеме формирования инновационного мышления у студентов университетов. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством»* [Ивэкофин]. 2021. №03(49). С.96-104. DOI: 10.6060/ivecofin.2021493.555.
18. Duffin R.J., Peterson E.L., Zener C. Geometric Programming – Theory and Applications. New York: John Wiley and Sons. 1967. 278 p.
19. Zener C. Engineering Design by Geometric Programming. NY: John Wiley and Sons. 1971. 98 p.
20. Бухвалова В.В., Рогулская А.С. Введение в геометрическое программирование. М.: НОУ «Интуит». 2016. 116 с.
21. Кулик С.Д. Элементы системного анализа для студентов старших курсов университета. *Естественные и технические науки*. 2018. №11(125). С.373-377.
22. Кулик С.Д. Элементы системного анализа для студентов младших курсов университета. *Естественные и технические науки*. 2018. №12(126). С.355-358.
23. Бекишев Г.А., Кратко М.И. Элементарное введение в геометрическое программирование. М.: Наука. 1980. 144 с.
24. Карандей В.Ю., Попов Б.К., Попова О.Б., Афанасьев В.Л. Применение метода геометрического программирования для исследования оптимальных параметров специальных электрических приводов. *Горное оборудование и электромеханика*. 2022. №5(163). С. 36-45. DOI: 10.26730/1816-4528-2022-5-36-45.
25. Бирюкова Е.А., Мартишкин В.В., Фазлулин Э.М., Князьков В.В. Применение геометрического программирования для решения различных технико-экономических задач. *Известия МГТУ «МАМИ». Серия 2. Технология машиностроения и материалы*. 2013. №2(16). Т. 2. С. 296-299.
26. Бухвалова В.В., Филатов А.Р. Геометрическое программирование и задачи проектирования. *Образовательные технологии и общество*. 2017. № 1. С. 508-518.
27. Спиридонова О.А., Макаров В.В. Декомпозиционный алгоритм оптимизации аппаратного состава химико-технологических систем с дискретным режимом работы. *Успехи в химии и химической технологии*. 2009. Том XXIII. №1(94). С. 57-60.
28. Linnikov A.S., Maslennikov O.V. Financial technologies as a system object. *Ivecofin*. 2019. N 03(41). P. 20-26. (in Russian).
29. Pyatnitskiy D.V. Tools for decision-making on credit and pricing policy. *Ivecofin*. 2023. N 03(57). P. 25-34. DOI: 10.6060/ivecofin.2023573.651. (in Russian).
30. Astrakhantseva I.A., Gorev S.V., Astrakhantsev R.G. Systems approach to the analysis of the fractal nature of complex technical systems. *Ivecofin*. 2023. N 03(57). P. 89-96. DOI: 10.6060/ivecofin.2023573.657. (in Russian).
31. Gvozdeva T.V., Smirnova E.M. Development of a system model for the formation of educational programs. *Ivecofin*. 2024. N 03(61). P. 91-96. DOI: 10.6060/ivecofin.2024613.693. (in Russian).
32. Gorinova S.V., Stepanova S.M. Changing the role of universal competencies and intellectual potential of university graduates in increasing their competitiveness in the labor market. *Modern high technologies. Regional application*. 2025. N 01(81). P. 28-33. DOI: 10.6060/snt.20258101.0003. (in Russian).
33. Rychikhina N.S., Zadorozhnikova E.B. A new educational approach “training in service” as integration mechanism and the third economic sector. *Modern high technologies. Regional application*. 2025. N 82(2). P. 36-41. DOI: 10.6060/snt.20258202.0005. (in Russian).
34. Skvortsova I.V., Nurulin Y.R., Kalchenko O.A. Towards the problem of forming innovative thinking of university students. *Ivecofin*. 2021. N 03(49). P. 96-104. DOI: 10.6060/ivecofin.2021493.555. (in Russian).
35. Duffin R.J., Peterson E.L., Zener C. Geometric Programming – Theory and Applications. New York: John Wiley and Sons. 1967. 278 p.
36. Zener C. Engineering Design by Geometric Programming. NY: John Wiley and Sons. 1971. 98 p.
37. Bukhvalova V.V., Rogulskaya A.S. Introduction to geometric programming. Moscow.: NOU "Intuit". 2016. 116 p. (in Russian).
38. Kulik S.D. Elements of systems analysis for senior university students. *Natural and technical sciences*. 2018. N 11(125). P. 373-377. (in Russian).
39. Kulik S.D. Elements of systems analysis for junior university students. *Natural and technical sciences*. 2018. N 12 (126). P. 355-358. (in Russian).
40. Bekishev G.A., Kratko M.I. Elementary introduction to geometric programming. Moscow: Science. 1980. 144 p. (in Russian).
41. Karandey V.Yu., Popov B.K., Popova O.B., Afanasiev V.L. Application of the geometric programming method to study the optimal parameters of special electric drives. *Mining Equipment and Electromechanics*. 2022. N 5(163). P. 36-45. DOI: 10.26730/1816-4528-2022-5-36-45. (in Russian).
42. Biryukova E.A., Martishkin V.V., Fazlulin E.M., Knyazkov V.V. Application of geometric programming for solving various technical and economic problems. *Bulletin of Moscow State Technical University "MAMI". Series 2. Mechanical engineering technology and materials*. 2013. N 2(16). Vol. 2. P. 296-299. (in Russian).
43. Bukhvalova V.V., Filatov A.R. Geometric programming and design problems. *Educational Technology and Society*. 2017. N 1. P. 508-518. (in Russian).
44. Spiridonova O.A., Makarov V.V. A Decomposition Algorithm for Optimizing the Hardware of Chemical-Engineering Systems with Discrete Operation. *Advances in Chemistry and Chemical Engineering*. 2009. Vol. XXIII. N 1(94). P. 57-60. (in Russian).
45. Atroshenko V.A., Zangiev T.T., Strekozov A.N. Solving the problem of optimizing electromagnetic mechanisms by geometric programming. *Scientific works of KubSTU*. 2018. N 3. P.73-80. (in Russian).

28. Атрощенко В.А., Зангиев Т.Т., Стрекозов А.Н. Решение задачи оптимизации электромагнитных механизмов методом геометрического программирования. *Научные труды КубГТУ*. 2018. №3. С.73-80.
29. Куцемако А.Н. Сведение некоторых задач оптимизации к задаче геометрического программирования. *Вестник СГТУ*. 2011. №4(59). Выпуск 1. С. 48-52.
30. Кулик С.Д. Нейросетевые средства системного анализа в учебном процессе университета. *Нейрокомпьютеры: разработка, применение*. 2019. Том 21. №1. С.19-29.
31. Кулик С.Д., Максимов Н.В., Ахметов А.Ф. Генеративные информационные системы. *Естественные и технические науки*. 2025. №11(210). С.193-196.
32. Самойленко В.В. Экономико-математическая оптимизация структуры беспроводных сенсорных сетей для интенсивных садов. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством» [Ивэкофин]*. 2025. №4(66). С.136-145. DOI: 10.6060/ivecofin.2025664.753.
33. Валинурова А.А., Башечкин А.Ю. Понятие и виды иммерсивных технологий. *Известия высших учебных заведений. Серия «Экономика, финансы и управление производством» [Ивэкофин]*. 2025. №3(65). С. 68-76. DOI: 10.6060/ivecofin.2025653.733.
29. Kutsemako A.N. Transforming optimization tasks into geometric programming tasks. *Bulletin of SSTU*. 2011. N 4(59). Issue 1. P. 48-52. (in Russian).
30. Kulik S.D. Neural network tools for systems analysis in the university educational process. *Neurocomputers: development, application*. 2019. Vol. 21. N 1. P. 19-29. (in Russian).
31. Kulik S.D., Maksimov N.V., Akhmetov A.F. Generative information systems. *Natural and technical sciences*. 2025. N 11(210). P. 193-196. (in Russian).
32. Samoylenko V.V. Economic and mathematical optimization of wireless sensor network structure for intensive orchards. *Ivecofin*. 2025. N 04(66). P. 136-145. DOI: 10.6060/Ivecofin.2025664.753. (in Russian).
33. Valinurova A.A., Bashechkin A.Yu. Concept and types of immersive technologies. *Ivecofin*. 2025. N 03(65). P. 68-76. DOI: 10.6060/ivecofin.2025653.733. (in Russian).

Поступила в редакцию 24.03.2026
Принята к опубликованию 07.04.2026

Received 24.03.2026
Accepted 07.04.2026